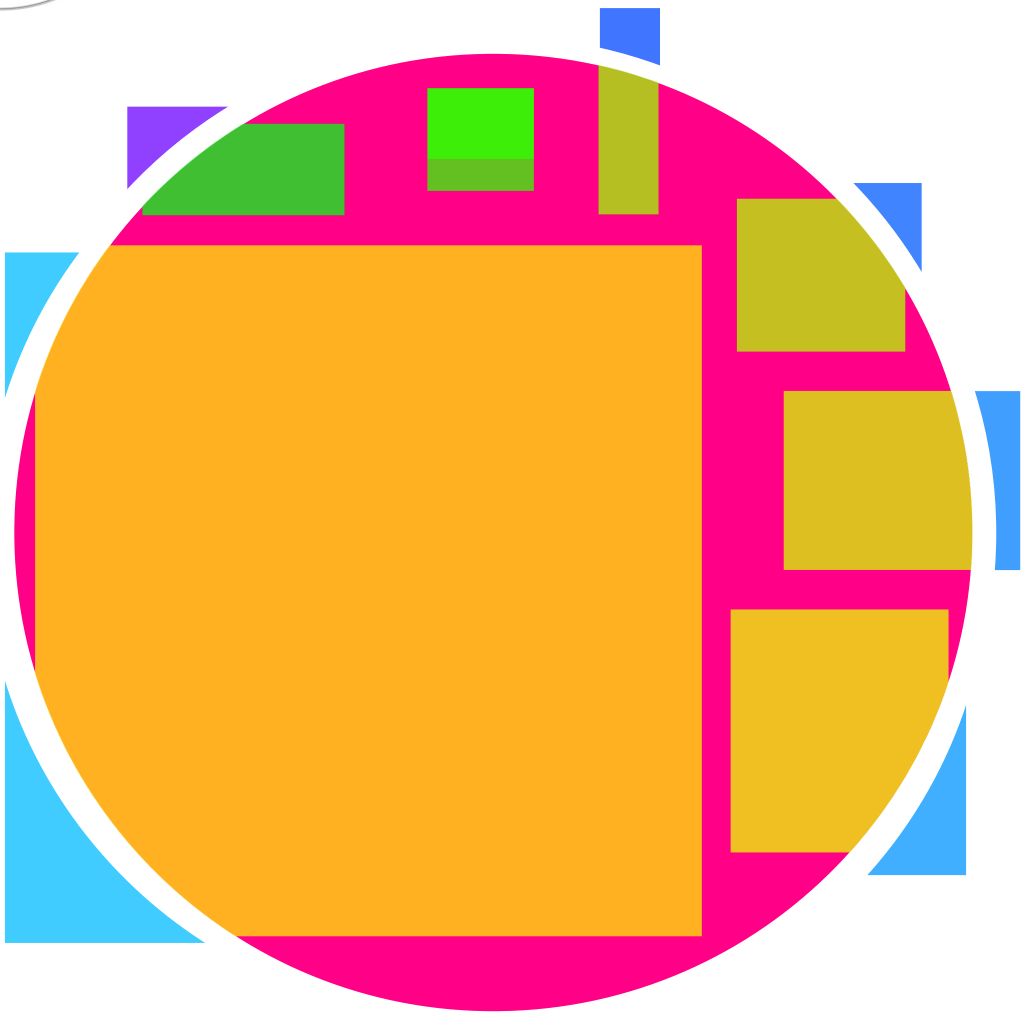
Numero XXIII
Anno 2024

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E FISICA
"Ennio De Giorgi"

UNIVERSITÀ
DEL SALENTO

Ithaca

Viaggio nella Scienza



Comunicare la scienza, parte B

Ithaca: Viaggio nella Scienza

Una pubblicazione del Dipartimento di Matematica e Fisica “*Ennio De Giorgi*” dell’Università del Salento

Registrazione presso il Tribunale di Lecce n. 6 del 30 Aprile 2013. e-ISSN: 2282-8079

Ithaca: Viaggio nella Scienza
è disponibile al sito
http://ithaca.unisalento.it

Scriveteci all’indirizzo
ithaca@unisalento.it

Ithaca
Viaggio nella Scienza

XXIII 2024

57 Si può celebrare oggi il π-day?[1]

Giuseppe De Cecco, M. Letizia Rosato

[1] Quest'articolo è la rielaborazione di una conferenza tenuta da G. De Cecco il 12 marzo 2024 presso il Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" dell'Università del Salento con l'aggiunta di un'Appendice di M. L. Rosato.

In questo numero

Ecco la Parte B del XXIII numero di **Ithaca** il cui argomento principale è "Comunicare la Scienza".

L'articolo di Nicolao Fornengo si focalizza sui meccanismi di comunicazione utilizzati dalle riviste di divulgazione scientifica. Prendendo come esempio la rivista "Asimmetrie" gestita dall'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), Fornengo discute di come si debba modificare il linguaggio tecnico, anche dal punto di vista delle immagini, per veicolare informazione ad un pubblico di non specialisti.

Compito molto difficile è quello di parlare di scienza ai più giovani: alle bimbe e ai bimbi. Questo è il problema considerato nell'articolo di Alessia Zurru.

La separazione tra razionalità e sentimento, probabilmente risalente a Cartesio, ha prodotto l'idea che la Scienza sia qualcosa di distante dalle passioni quotidiane. Particolarmente in Italia, le idee filosofiche di Benedetto Croce e Giovanni Gentile hanno generato una profonda divisione tra discipline scientifiche (fredde, oggettive, disumanizzanti) e quelle umanistiche (passionali, soggettive, umane). Ancora oggi la comunicazione tra questi due mondi è difficile. Di questo trattano i due articoli di Anna Ceresole e Emanuela Lo Conte.

L'articolo di Anna Ceresole, parla di Teatro e Scienza: il Teatro usato come *medium* per comunicare Scienza ad un pubblico di non-scienziati, ma anche la Scienza come fonte di ispirazione per opere teatrali.

L'articolo di Emanuela Lo Conte è ispirato alla sua esperienza legata all'attività *Art&Science across Italy* promossa dall'INFN a livello nazionale. Al di là della descrizione delle modalità di svolgimento dell'evento, l'articolo mette in evidenza come sia possibile coinvolgere due mondi, quello della Scienza e dell'Arte, nel processo di crescita culturale dei giovani.

Gli ultimi due articoli non sono direttamente legati al tema principale del numero XXIII di **Ithaca**, ma sono paradigmatici per quanto riguarda gli scopi della rivista.

L'articolo di Vincenzo Flaminio parla di Leonardo Pisano, noto come "Fibonacci". Ne delinea la figura nella sua prospettiva storica, il tardo medio evo, e presenta i suoi contributi nell'ambito della matematica.

L'articolo di Giuseppe De Cecco, è legato ad una conferenza da lui tenuta il 12 Marzo 2024 presso il Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" dell'Università del Salento. Prendendo spunto dal fatto che il 14 Marzo è stato dichiarato giorno del π, G. De Cecco descrive come questo numero, definito in termini di rapporti tra grandezze geometriche può modificarsi cambiando la metrica della geometria considerata. Conclude l'articolo un'appendice scritta da Maria Letizia Rosato che indica come le motivazioni per la costruzione di altari abbiano contribuito alla formulazione astratta della Geometria.

Buona lettura,
il Comitato di Redazione

Parole di carta. Le riviste di divulgazione scientifica

Somewhere, something incredible is waiting to be known.
Carl Sagan

Nicolao Fornengo
Dipartimento di Fisica - Università di Torino
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Torino

La divulgazione scientifica svolge un ruolo cruciale nel rendere la scienza accessibile e comprensibile a tutti. È una forma di comunicazione, che richiede al divulgatore un compito non semplice: da un lato rigore nel trattare temi spesso molto complessi, dall'altro una capacità di utilizzare un linguaggio accessibile, capace di coinvolgere il pubblico in modo da accendere la sua curiosità e stimolare il suo interesse.

Certamente è obiettivo della divulgazione quello di far conoscere al pubblico, in modo corretto ed efficace, le idee, gli sviluppi anche storici, le conoscenze acquisite e le applicazioni della scienza. Ma è un obiettivo altrettanto importante quello di aumentare la consapevolezza del pubblico sui temi e sulle sfide del pensiero scientifico, e soprattutto di trasmettere la capacità di affrontare il mondo che ci circonda seguendo un metodo, il metodo scientifico, che è lo strumento più potente e rigoroso che abbiamo a disposizione per comprendere la Natura. La capacità di analisi e di ragionamento della scienza e il suo metodo di studio hanno permesso gli incredibili sviluppi di conoscenza e, come loro naturale conseguenza, gli sviluppi tecnologici che conosciamo e che a volte vengono dati per scontati, senza pensare che senza la conoscenza del funzionamento della Natura questi sviluppi non sarebbero stati possibili. In un mondo sempre più tecnologico, nel quale le competenze necessarie per comprendere a fondo quello che ci sta accadendo attorno richiedono una sempre maggiore consapevolezza e conoscenza dell'evoluzione più recente del pensiero scientifico, rimanere ai margini di questa conoscenza rischia di destinarci alla marginalizzazione. Si pensi ad esempio agli sviluppi recenti dell'intelligenza artificiale o agli sviluppi nell'ambito delle tecnologie quantistiche oppure alla genomica: ognuno di questi ambiti di ricerca offre grandi prospettive di progresso, che per essere compreso adeguatamente richiede un aggiornamento continuo delle proprie conoscenze. Per non essere travolti dall'arrivo di queste innovazioni, è quindi necessario acquisire una base di conoscenza comune, evitando di affidarsi alle pseudoscienze o di concedersi a false promesse e false credenze. In questo senso, la divulgazione scientifica assume anche un importante ruolo sociale e, vorrei aggiungere, di democrazia consapevole.

Nel divulgare o nel trasmettere un messaggio scientifico, per prima cosa è necessario stabilire a quale tipo di pubblico ci si vuole rivolgere, in quanto il taglio e il tipo di linguaggio deve essere adatto all'obiettivo che ci si prefigge. Lo spiega molto bene Piero Angela:

> "Per quanto riguarda le riviste scientifiche, la soluzione adottata è la separazione degli autori e dei testi, raggruppati in vari livelli. Vi sono riviste specialistiche di settore, che si rivolgono in modo specifico ai propri addetti ai lavori (riviste per biologi, oppure per fisici, o per informatici ecc.). Vi sono poi riviste scientifiche generaliste, di alto livello (come *Nature*, *Scientific American*), che contengono lavori originali ma anche parti leggibili da chi ha una formazione scientifica. Poi ci sono vere e proprie riviste di divulgazione scientifica riservate a persone che hanno familiarità e interesse per la scienza, e che contengono ogni tipo di argomento, trattato in modo comprensibile. Infine vi sono riviste o giornali che hanno rubriche o pagine di scienza e di tecnologia destinate a un pubblico generale, quindi con un taglio più giornalistico, sia per la scelta dei temi sia per la trattazione. In questo modo ognuno può scegliere il suo livello di competenza. E trovare il proprio modello di divulgazione. Va detto, in proposito, che la divulgazione è importante anche per gli stessi scienziati: la ricerca infatti è diventata così ramificata e specializzata che solitamente un astrofisico sa poco di biochimica cerebrale e, analogamente, un geologo non sa molto di psicologia sperimentale: riviste di divulgazione di livello sono quindi molto utili per informare su cosa sta avvenendo in altri campi" [1].

Definito il tipo di pubblico, ci sono poi vari modi per trasmettere un messaggio. Come dicevamo, la divulgazione scientifica è una forma di comunicazione, nella quale l'oggetto da comunicare è un concetto, un percorso di ricerca, una scoperta scientifica o una sua applicazione. Questa comunicazione viene svolta in molti modi, dotati in parte di tratti comuni e in parte con loro specifiche peculiarità, che rappresentano punti di forza da sfruttare o di debolezza di cui è necessario tener conto.

La divulgazione a mezzo scritto, per natura stessa del mezzo, presenta un carattere di minor immediatezza e coinvolgimento diretto rispetto alla divulgazione svolta in conferenze pubbliche oppure su media come la televisione o la radio. Durante una conferenza, uno o più oratori espongono il loro discorso di fronte al pubblico, creando così un rapporto diretto tra l'uditorio e l'espositore. Il pubblico inoltre ha spesso la possibilità di porre domande direttamente all'oratore, durante o più comunemente al termine della conferenza: si crea così un maggiore livello di coinvolgimento e un senso di immediatezza che, se ben sfruttati, possono aiutare a veicolare il messaggio da divulgare e ad appassionare il pubblico.

Nel caso della divulgazione con un mezzo televisivo, o di tipo analogo come ad esempio con i canali video presenti su varie piattaforme fruibili via *internet*, un punto di forza è rappresentato proprio dalla possibilità di esporre visivamente i concetti attraverso un filmato. Se ben curato e realizzato, un video è un meccanismo molto potente per mostrare temi e argomenti in modo interessante e chiaro. Si pensi ad esempio a un documentario naturalistico oppure alla visualizzazione della curvatura dello spazio tempo, molto meno intuitiva da spiegare a parole rispetto a vederla rappresentata visivamente. Si possono anche usare linguaggi particolari per veicolare il messaggio, come ad esempio i bellissimi cartoni animati di Bruno Bozzetto utilizzati dalla trasmissione televisiva "Superquark": lungi dal banalizzare i concetti scientifici, al contrario l'utilizzo sapiente e divertente di una storia raccontata da personaggi animati, realizzata su un tema preparato e scritto da esperti divulgatori e corretto dal punto di vista della spiegazione scientifica, rappresenta un meccanismo di coinvolgimento estremamente potente, che aiuta anche a fissare nella memoria i concetti espressi.

Nel caso invece di una divulgazione radiofonica, la voce e il racconto sono gli elementi chiave per catturare l'attenzione: anche in questo caso, il percorso stesso dell'argomentazione del discorso, svolta poco alla volta e raccontata in modo organizzato e progressivo, permettono di toccare le giuste corde dell'immaginazione dell'ascoltatore. L'immediatezza e il coinvolgimento diretto delle conferenze divulgative, così come la forza delle immagini o del suono della divulgazione televisiva o radiofonica, non si ritrovano con la divulgazione scritta, che quindi deve basare le sue tecniche su altri fondamenti. Cognitivamente, lo sforzo che viene richiesto al lettore rispetto al fruitore di una conferenza o di un programma televisivo, è differente, basandosi sulla lettura e sull'introspezione del messaggio. Una volta scelto il tema dell'articolo, rimangono però in comune con le altre forme di divulgazione alcuni elementi chiave.

Innanzitutto la costruzione di una narrazione che accompagni il lettore nello sviluppo del tema: può essere utile esporre l'argomento prettamente scientifico accompagnandolo alla storia personale degli scienziati che lo hanno studiato, mostrando anche come il percorso di una scoperta sia spesso accidentato e non lineare. La scoperta scientifica a volte è frutto di un progressivo, lungo e complesso percorso di studio e analisi; altre volte l'intuizione arriva in modo inatteso o improvviso, magari mentre si fa altro: *serendipity* viene chiamato in inglese questo caso inatteso, utilizzando un termine inventato nel 1754 dallo scrittore inglese Horace Walpole, estraendolo dal titolo della fiaba *The three princes of Serendip*, titolo inglese di un racconto tratto da un libro italiano della seconda metà del 1500, scritto da Cristoforo Armeno, ma che a sua volta è la traduzione di un'opera più antica del poeta persiano Amir Khosrow. Affiancare quindi il racconto del percorso di una scoperta, così come l'inserimento di aneddoti sulla vita degli scienziati viene spesso apprezzato dal pubblico in quanto aumenta il coinvolgimento e l'attenzione. Lo scopo dell'articolo rimane però quello di spiegare il concetto scientifico alla base dell'articolo, per cui la scelta del percorso narrativo deve essere accompagnato dal secondo elemento chiave: la scelta del linguaggio.

Il linguaggio che si utilizza deve essere chiaro e accessibile: è del tutto inutile utilizzare un linguaggio tecnico o inutilmente convoluto, però è altrettanto sbagliata una eccessiva semplificazione. Il linguaggio figurato e le metafore sono un importante ausilio, così come è importante utilizzare esempi che illustrino l'argomento in modo meno astratto e più tangibile. Però è necessaria estrema cura affinché il modo in cui un tema scientifico viene divulgato non diventi una fiaba, ma contenga i concetti espressi in modo scientificamente corretto. Questo a volte è molto difficile da realizzare, ma è compito del divulgatore prestare la dovuta cura e trovare i giusti canali espressivi. Ad esempio, il concetto di *entanglement* in meccanica quantistica è controintuitivo, si basa su concetti ai quali non siamo abituati nell'esperienza quotidiana e non è quindi semplice far cogliere la sua esatta natura [2]. Questo richiede molta cura nella scelta dei termini, però è proprio questo lo scopo della divulgazione: fare in modo che il lettore colga l'essenza dei concetti scientifici, senza scorciatoie che la distorcano.

Uno strumento molto efficace anche per la divulgazione scritta è poi rappresentato dalla grafica. Ci sono vari livelli ai quali si possono inserire elementi grafici in un articolo divulgativo. Il più semplice e immediato è l'utilizzo della fotografia: ad esempio, le immagini degli animali descritti in un articolo di etologia, oppure l'immagine di un rivelatore di particelle del *Large Hadron Collider* al CERN oppure la fotografia di Enrico Fermi e dei ragazzi di via Panisperna per un articolo sulla fisica nucleare della prima metà del novecento. Questo tipo di grafica non espone o commenta un argomento scientifico, ma aiuta a coinvolgere il lettore inserendolo direttamente nel laboratorio in cui si fa la ricerca fondamentale o trovandosi vicino al grande scienziato di cui si parla nell'articolo. Sono immagini di contorno ma che hanno lo scopo appunto di creare vicinanza e coinvolgimento.

Un secondo tipo di grafica ha invece il compito di visualizzare i concetti scientifici dell'articolo, coadiuvando la lettura di parti complesse oppure approfondendo e complementando quanto esposto nell'articolo. Questo tipo di grafica è molto più complessa da realizzare: per una rivista rivolta al grande pubblico non ha senso utilizzare le immagini create dagli stessi scienziati per i loro articoli scientifici, se non in casi molto limitati come ad esempio il caso delle immagini delle grandi simulazioni numeriche della formazione delle strutture cosmologiche che mostrano in modo molto chiaro e comprensibile come gli scienziati modellizzano la distribuzione di materia nell'Universo, oppure il caso di immagini tomografiche in medicina, che sono il modo migliore per mostrare l'interno del corpo umano e, con la risonanza magnetica funzionale, anche il suo funzionamento. Le immagini fatte dagli scienziati per gli scienziati sono spesso troppo complesse e criptiche per il grande pubblico, essendo rivolte a specialisti del settore: spesso nemmeno uno scienziato di un settore diverso ha facilità a cogliere subito i dettagli di una immagine di un settore di ricerca diverso dal suo, pur essendo per formazione perfettamente attrezzato a questo tipo di linguaggio grafico. Per un articolo o una rivista divulgativa è quindi necessario percorrere due possibili strade: la prima è quella di creare una grafica esplicativa che non faccia uso del linguaggio specifico utilizzato dagli scienziati (ad esempio, il grafico di una funzione d'onda per spiegare i livelli dell'atomo di idrogeno) ma reinterpreti i concetti in modo diverso dal punto di vista grafico, usando quindi elementi grafici più intuitivi e coinvolgenti e, se e quando possibile, metaforicamente agganciati all'esperienza quotidiana.

Un esempio può essere la spiegazione del concetto di mediatore di una forza utilizzando due pattinatori che si lanciano un oggetto, invece che utilizzare i cosiddetti diagrammi di Feynman, che sono uno strumento utilizzato dai fisici teorici per descrivere le interazioni fondamentali, ma che sono impossibili da comprendere per chi non abbia una conoscenza approfondita della cosiddetta teoria quantistica dei campi. La grafica in questo caso viene in aiuto del divulgatore per avvicinare il lettore al concetto di mediatore, che però nell'articolo viene spiegato con maggior dettaglio a parole. Questo espediente grafico non impedisce però di accompagnare ulteriormente la spiegazione mostrando effettivamente come i fisici teorici disegnano un diagramma di Feynman e di dare una spiegazione intuitiva di quali sono i suoi elementi e cosa rappresentano. In questo modo si riesce ad avvicinare il lettore veramente al lavoro quotidiano dei fisici teorici, senza tecnicismi che risulterebbero non comprensibili ma allo stesso tempo fornendo (almeno alcuni) elementi essenziali per comprendere un concetto molto complesso. Questo stratagemma è stato ad esempio utilizzato nel numero 36 della rivista "Asimmetrie" dell'INFN [3] e riprodotto in Fig. 1.

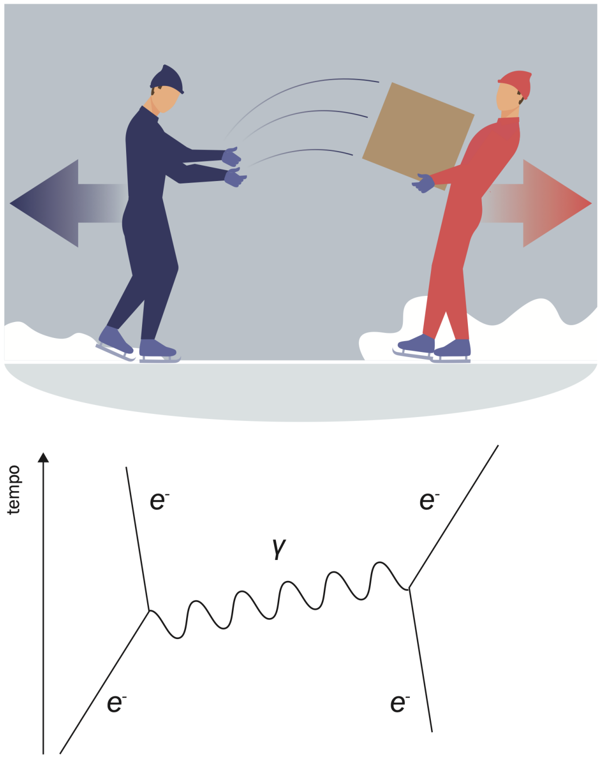


Figura 1: In alto, rappresentazione metaforica del concetto di scambio di un mediatore in fisica delle particelle, utilizzando il concetto intuitivo di lancio di un oggetto tra due pattinatori. In basso, un diagramma di Feynman che descrive l'interazione tra due elettroni con scambio di un fotone. (Riprodotto da [3] - © Infn-Asimmetrie (Hylab)).

Un altro esempio di utilizzo di una grafica non tecnica per illustrare un concetto scientifico non immediatamente intuitivo è stato quello del numero 29 di "Asimmetrie" [4] e riprodotto in Fig. 2. Per rappresentare e rendere intuitivamente comprensibile la estrema differenza nei valori di alcuni parametri che hanno il compito di spiegare perchè le masse dei neutrini siano così piccole, e per illustrare allo stesso tempo un meccanismo chiamato *see-saw* (altalena) che potrebbe spiegare perché i neutrini sono così leggeri, si è mostrata una immagine proprio di una altalena nei cui tre punti principali (le due estremità e il fulcro su cui l'altalena oscilla) si sono messi una balenottera, un moscerino e una molecola di DNA: i rapporti tra le masse di balenottera, moscerino e DNA corrispondono ai rapporti dei parametri del modello teorico dei neutrini, mostrando così

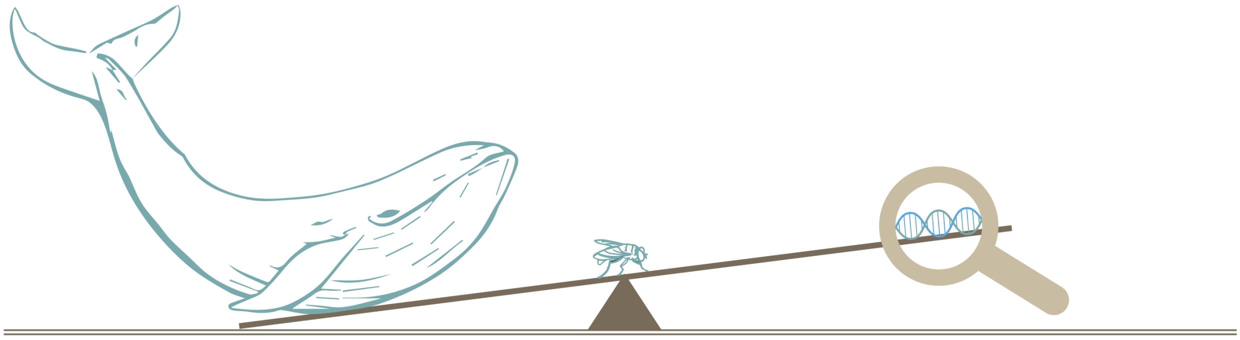


Figura 2: Meccanismo grafico per rappresentare in modo tangibile la estrema differenza tra i parametri che, nel cosiddetto modello del see-saw (altalena, in inglese), definiscono le scale di massa per i neutrini. I rapporti tra la massa della balenottera, del moscerino e del DNA corrispondono correttamente ai rapporti tra i valori dei parametri presenti in questo modello di fisica del neutrino, nel quale l'altalena rappresenta un meccanismo matematico che viene invocato per spiegare perchè la massa dei neutrini che osserviamo sia cosí piccola. Nell'immagine, la piccolissima massa dei neutrini è rappresentata appunto dal DNA, ed è messa in relazione a una massa intermedia, quella del moscerino che funge da fulcro per il meccanismo, e quella molto grande della balenottera. (Riprodotto da [4] - © Infn-Asimmetrie).

in modo plastico l'enorme differenza tra questi valori. La massa dei neutrini (piccolissima) qui è rappresentata dal DNA. La creazione di questa grafica è stata istruttiva anche per il comitato di redazione della rivista, in quanto non si riuscivano a trovare 3 animali che avessero masse così diverse tra di loro, tanto quanto lo sono i parametri del modello dei neutrini! Per questo motivo da un lato si è messo il più grande animale conosciuto (la balenottera) mentre dall'altra parte, per rappresentare i leggerissimi neutrini, si è dovuto scendere al livello non di un essere vivente ma addirittura del DNA. Anche fare divulgazione può dare interessanti spunti di riflessione a chi la fa!

Rimanendo sul tema della grafica, non è però del tutto da escludersi l'utilizzo di grafici scientifici. In questo caso, l'importante è spiegare con grande cura ogni elemento presente nel grafico. Se il grafico contiene troppa informazione o è troppo complessa, può essere efficace riprodurlo trattenendo solo l'informazione che si vuole trasmettere e traducendone il linguaggio se troppo tecnico. Un esempio di utilizzo di una immagine tratta da un articolo scientifico si trova nel numero 30 di "Asimmetrie" e qui riprodotta in Fig. 3, dove sono riportate due forme di onda gravitazionale [5], così come vengono studiate in un rilevatore di onde gravitazionali come l'interferometro Virgo dell'INFN. Questa immagine è stata riprodotta da una corrispondente immagine scientifica e contiene in modo corretto tutti gli elementi della forma dell'onda: quelle mostrate non sono due generiche rappresentazioni di qualcosa che oscilla, ma esatte forme di onde gravitazionali prodotte da due buchi neri che ruotano uno attorno all'altro in orbita circolare oppure in orbita non circolare. La correttezza scientifica è preservata, ma l'aspetto grafico è stato curato in modo da renderle più interessanti da vedere e chiare da leggere. La didascalia poi ha un suo ruolo importante nel non lasciare alcun elemento di dubbio in ciò che viene mostrato.

Infine, un ulteriore tipo di grafica è rappresentato dalle infografiche di grandi dimensioni che hanno il compito di riassumere un intero settore di ricerca, una teoria o l'evoluzione storica di un campo di ricerca. Sempre rifacendosi alla rivista "Asimmetrie" , ne sono esempi le infografiche a doppia pagina del numero 30 sulla Relatività Generale [6] o il glossario quantistico del numero 33 sulla Meccanica Quantistica [7]. Questo tipo di infografica di grandi dimensioni può essere utile come riferimento da conservare e utilizzare ad esempio nelle scuole, e infatti a volte questo tipo di immagini vengono distribuite anche separatamente dalla rivista in forma di poster [8].

Come risulta evidente da quanto detto fino a questo punto, la preparazione di una rivista

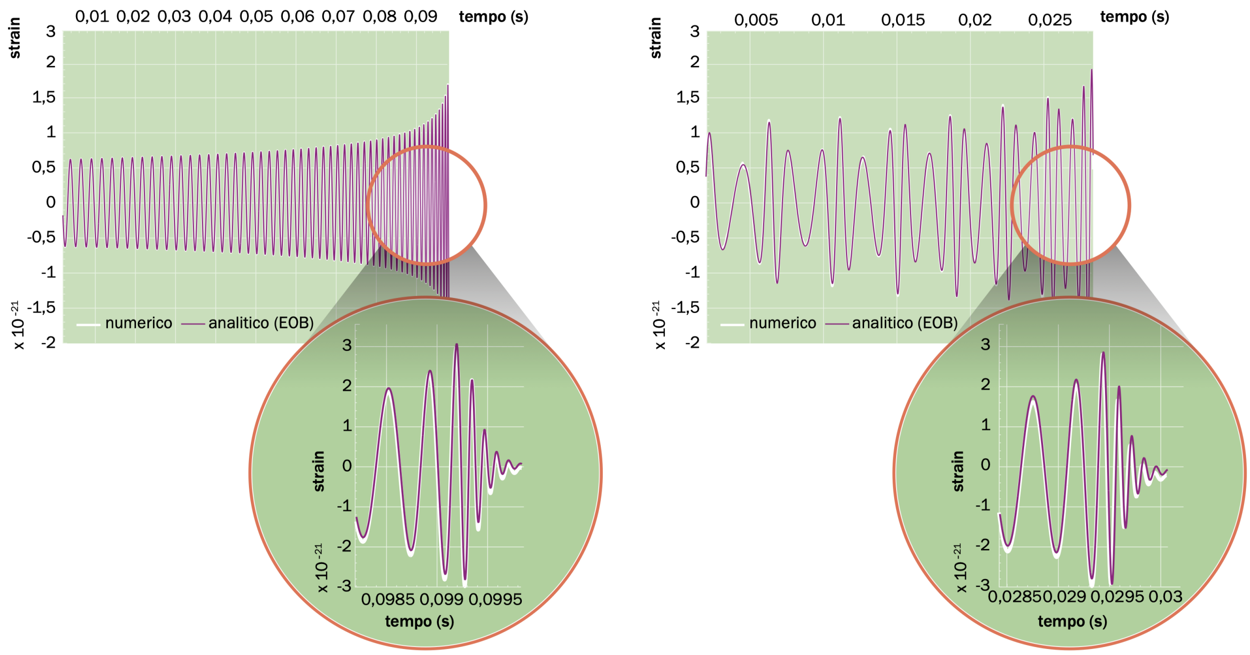


Figura 3: Esempio di utilizzo di una immagine tecnica, riprodotta però con una grafica arricchita e chiara. I due pannelli mostrano due forme di onde gravitazionali: nell'immagine di sinistra si tratta di un'onda prodotta da due oggetti compatti (come buchi neri) che orbitano uno attorno all'altro su un'orbita circolare; l'immagine di destra mostra il caso in cui l'orbita sia eccentrica. Le forme d'onda sono state ottenute da calcoli teorici numerici (curve in bianco) e analitici (curve in rosso), ed entrambe le figure mostrano come l'accordo tra le due tecniche di calcolo sia estremamente soddisfacente. È molto importante che la didascalia di una figura di questo tipo, che come è tipico per le immagini scientifiche contiene moltissima informazione, sia chiara e ogni elemento mostrato in figura sia esplicitamente descritto e spiegato. Come esempio, si riporta qui la didascalia presente in [5]: "La figura mostra l'andamento nel tempo della variazione relativa di lunghezza (strain) dovuta al passaggio dell'onda. Lo strain è estremamente piccolo: i numeri sono da intendersi moltiplicati per 10^{-21} . I riquadri si riferiscono alla prima fase (inspiral), i tondi mostrano le fasi finali (la coalescenza, seguita dal *ringdown*), simili nei due casi." (Riprodotto da [5] - © Infn-Asimmetrie (Hylab)).

di divulgazione scientifica è un processo complesso e richiede un *team* dotato di competenze differenziate. Riviste diverse hanno *focus* diversi e questo porta anche a processi diversi e a necessità diverse nelle competenze necessarie, anche se sicuramente molti aspetti sono comuni e si ritrovano in tutte le realtà editoriali.

Basandomi sull'esperienza della rivista "Asimmetrie" dell'INFN che è stata presa ad esempio più volte in questo articolo, il processo che porta ad ogni numero coinvolge una sequenza di passi. Innanzitutto, la rivista ha un suo *focus*: "Asimmetrie" si occupa di Fisica, per cui la sua attenzione è rivolta a questo ambito scientifico. Il primo passo verso la definizione di un numero è la scelta del tema: "Asimmetrie" dedica ogni numero a un tema specifico, come ad esempio la gravità, oppure la complessità oppure i quanti. Questo delimita il perimetro entro il quale gli articoli dovranno muoversi. Definito il tema del numero, la redazione identifica il modo in cui svilupparlo nei vari articoli, identificando quindi il tema di ogni singolo articolo, tenendo conto degli aspetti storici, teorici, sperimentali, applicativi e soprattutto fornendo un quadro degli sviluppi più recenti. Una volta costruito l'indice del numero, vengono identificati i possibili autori, che sono fisici esperti del settore e che svolgono la loro attività di ricerca nell'ambito dell'articolo che si chiede loro di scrivere. Ogni autore viene affiancato da un membro di redazione, che è anch'esso un fisico. Una volta raccolti tutti i contributi, la redazione ha poi il compito di verificare in dettaglio la coerenza dell'insieme e, affiancati da esperti di grafica, si scelgono e realizzano le parti grafiche. La rivista è poi completata da una serie di rubriche che hanno carattere culturale e che mettono in relazione lo studio delle scienze fisiche con altri campi della cultura.

Questo processo, come processi analoghi di altre riviste di divulgazione scientifica, richiede quindi una redazione formata da varie competenze: ricercatori attivi nella ricerca fondamentale e applicata e nell'insegnamento, che possano dare la garanzia di tipo scientifico alla identificazione dei temi di maggior interesse e di come svilupparli; esperti di comunicazione scientifica, che hanno le competenze su come gestire correttamente e in modo efficace la comunicazione; esperti di grafica, che hanno il compito di creare la parte grafica anche qui in modo efficace e coinvolgente. In conclusione, realizzare un prodotto di divulgazione che sia allo stesso tempo interessante per i lettori, capace di stimolare la loro curiosità e che fornisca informazioni corrette dal punto di vista scientifico, è un processo complesso che richiede necessariamente la collaborazione e la sinergia tra competenze tra di loro complementari. Chi meglio di un ricercatore che lavora quotidianamente su un problema scientifico può affrontare questo tema avendone la massima conoscenza? Per poter però comunicare efficacemente il suo tema, il ricercatore deve fare uno sforzo di "traduzione" dal suo linguaggio tecnico a un linguaggio accessibile a tutti: questo non è sempre semplice, per cui è fondamentale la collaborazione con esperti di comunicazione scientifica, i quali conoscono i meccanismi più efficaci con i quali trasmettere un messaggio.

La scienza ha molti messaggi da trasmettere, molto affascinanti: l'importante è comunicarli e comunicarli nel modo corretto, come dicevamo senza scorciatoie ma allo stesso tempo senza annoiare.

[1] P. Angela, *Le vie della divulgazione scientifica (XXI secolo)*, Enciclopedia Treccani online, https://www.treccani.it/enciclopedia/le-vie-della-divulgazione-scientifica_(XXI-Secolo)/ (© Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani).

[2] F. Sciarrino, *Grovigli quantistici* in [*1964*], Asimmetrie numero 16 (marzo 2014) pag 36, https://www.asimmetrie.it/images/16/pdf/asimmetrie-11-16.pdf.

[3] D. del Re, *Lo scambio* in [*Materia*], Asimmetrie numero 36 (aprile 2014) pag 11, https://www.asimmetrie.it/as-lo-scambio.

[4] E. Lisi, *Tre uomini e un neutrino* in [*neutrini*], Asimmetrie numero 29 (novembre 2020) pag 9, https://www.asimmetrie.it/images/29/pdf/asimmetrie-29-02.pdf.

[5] A. Nagar, *Paso doble* in *Gravità*, Asimmetrie numero 30 (aprile 2021) pag 12, https://www.asimmetrie.it/images/30/pdf/asimmetrie-30-02.pdf.

[6] *Nel segno di Einstein* in *Gravità*, Asimmetrie numero 30 (aprile 2021) pag 20, https://www.asimmetrie.it/images/30/pdf/as30_PRINCIPALE_storia_gravita_Asimmetrie-Infn-Hylab.pdf.

[7] *Glossario Quantistico* in *Quantum*, Asimmetrie numero 33 (ottobre 2022) pag 12, https://asimmetrie.it/pdf/infografiche/as33/as33-glossario-quantico.pdf.

[8] Si veda ad esempio: https://www.jpl.nasa.gov/infographics.

Fornengo Nicolao: è Professore Ordinario di Fisica Teorica presso l'Università di Torino. Si occupa di fisica astroparticellare e di cosmologia. È attualmente direttore del comitato scientifico della rivista di divulgazione "Asimmetrie" dell'INFN.

Strategie comunicative per l’apprendimento scientifico a partire dall’infanzia

Alessia Zurru *Associazione Culturale Laboratorio Scienza, Cagliari*

Maria Skłodowska Curie, scienziata vincitrice di due premi Nobel, diceva [1] “Sono fra coloro che pensano che la scienza abbia una grande bellezza. Uno studioso nel suo laboratorio non è solo un tecnico, è anche un bambino messo di fronte ai fenomeni naturali che si emoziona come in una fiaba.”. Non era la sola a trovare similitudini tra il mondo della scienza e quello dell’infanzia. Come lei tante altre grandi menti sostenevano di aver mantenuto la capacità di meravigliarsi e il gusto di giocare per tutta la vita. Questa è la chiave per permettere alle bambine e ai bambini di appassionarsi alla scienza: conservare il naturale piacere del gioco, dell’esplorazione e della scoperta. Si può accompagnare la costruzione formale del loro sapere senza spegnere l’innata curiosità dei bambini che può anzi essere colta come preziosa e continua occasione di apprendimento scientifico.

Il contesto e i bisogni: le linee guida del MIUR

Il Ministero dell’Istruzione e del Merito ha emanato nell’ottobre 2023 le "Linee guida per discipline STEM", per introdurre nell’offerta formativa delle scuole "azioni dedicate a rafforzare le competenze matematiche-scientifiche-tecnologiche e digitali attraverso metodologie didattiche innovative.” [2].

Come indicato nella premessa di queste linee guida, l’urgenza di adottare nuove strategie per l’insegnamento delle discipline scientifiche nasce dagli esiti delle prove Invalsi su scala nazionale, e da ricerche internazionali che posizionano il nostro Paese ad un livello di preparazione nelle STEM inferiore alle medie europee [3].

Nella stessa circolare vengono proposte alcune indicazioni metodologiche per un insegnamento efficace delle discipline scientifiche in tutti i gradi scolastici. Viene sottolineata la necessità della collaborazione tra i diversi saperi e della contaminazione tra la formazione scientifica e quella umanistica e si fa esplicito riferimento all’importanza del coinvolgimento della sfera emotiva: "come diceva Maria Montessori, per insegnare bisogna emozionare. Solo così si genererà passione verso le discipline STEM. Non solo noiose verifiche procedurali, ma anche applicazioni, esperimenti laboratoriali, giochi e sfide a cui tutti gli studenti possono partecipare."

L'importanza delle emozioni e della meraviglia

Chi ha scelto nella propria vita di intraprendere una carriera scientifica, in particolare nell'ambito della ricerca nelle scienze dure, spesso si stupisce che la propria passione risulti ai più così difficile da comprendere. Ebbene, spesso è proprio la scuola che anno dopo anno allontana studenti e studentesse dalla passione per tali discipline, percepite come troppo rigorose e complesse per essere capaci di suscitare emozioni.

L'astrofisico e divulgatore Carl Sagan diceva [5]:

> "Ogni bambino nasce con l'istinto naturale di uno scienziato, ma noi lo distruggiamo. Pochi attraversano questo sistema mantenendo intatta la capacità di meravigliarsi e l'entusiasmo per la scienza".

Tante altre grandi menti della scienza hanno riportato simili testimonianze. Albert Einstein scrisse [6]:

> "lo studio e la ricerca della verità e della bellezza rappresentano una sfera di attività in cui è permesso di rimanere bambini per tutta la vita"

e Marie Skłodowska Curie parlava della grande bellezza della scienza paragonandola addirittura ad una favola [1]:

> "sono fra coloro che pensano che la scienza abbia una grande bellezza. Uno studioso nel suo laboratorio non è solo un tecnico, è anche un bambino messo di fronte ai fenomeni naturali che si emoziona come in una fiaba".

Come si fa allora a portare nuovamente l'emozione nell'educazione e nella comunicazione scientifica? Una possibile strategia è proprio quella di partire dal racconto delle storie di queste grandi menti.

Conoscere le loro vicende umane, le difficoltà che hanno incontrato durante l'infanzia, gli incontri e le scelte che hanno segnato la loro carriera, consente di ripercorrere tappa dopo tappa anche il loro percorso scientifico ed avvicinarsi alla loro passione per la scoperta.

L'arte della narrazione come strategia comunicativa

L'utilizzo del racconto o dello *storytelling*, come più spesso viene definita l'arte del narrare, è un canale di comunicazione capace di coinvolgere le persone, creare empatia con i personaggi della storia, produrre un senso di attesa e di stupore.

Quando ascoltiamo o leggiamo un racconto, percepiamo le azioni e i fatti come più concreti e quindi spesso più comprensibili, rispetto ad una spiegazione scientifica o ad una dimostrazione matematica, spesso percepite come disgiunte dalla realtà.

La narrazione è inoltre capace di alimentare l'immaginazione e di attivare la memoria.

Le prove empiriche dell'efficacia della narrazione hanno oggi trovato conferma anche grazie alle neuroscienze. È stato infatti dimostrato recentemente che durante l'ascolto di una storia, possono essere prodotti gli stessi ormoni e neurotrasmettitori che produciamo durante l'innamoramento, il cosiddetto cocktail degli angeli: l'ossitocina, le endorfine, la serotonina e la dopamina [7, 8].

Ad esempio, la creazione della *suspense* durante un racconto attiva la produzione della dopamina, un ormone importante per stimolare la concentrazione ed attivare la memoria. Analogamente, suscitare empatia immedesimandosi nelle difficoltà incontrate dal protagonista di un racconto commovente, determina la produzione di ossitocina, il cosiddetto ormone delle relazioni sociali, che predispone il nostro stato d'animo all'ascolto e alla fiducia nell'altro.

Tutto ciò è vero anche quando le storie che raccontiamo sono storie di grandi scoperte scientifiche e dei loro protagonisti. L'emozionante vicenda umana e scientifica di Galileo Galilei, la sua determinazione nell'affermare la validità del metodo sperimentale e le controversie con la Chiesa per cui fu processato e rischiò la sua stessa vita. L'incredibile viaggio intorno al mondo di Charles Darwin ed il cammino irto di ostacoli che lo ha portato alla sua teoria dell'evoluzione. E ancora: l'avvincente corsa alla scoperta della struttura del DNA, che ha portato al Nobel e alla ribalta gli ambiziosi Watson e Crick, in un clima da film poliziesco con intrighi e soprusi, di cui fu vittima Rosalind Franklin, scippata della famosa foto 51.

Il racconto di queste storie, così come quello di tante altre vicende scientifiche, può essere una chiave per realizzare la "collaborazione tra i diversi saperi" e "la contaminazione tra la formazione scientifica e quella umanistica" auspicata dal MIUR e citata nella premessa [2].

L'arte della narrazione può essere quindi utilizzata come elemento unificante e motivante nell'apprendimento delle STEM, acronimo che ormai viene sostituito non a caso, da STE(A)M, con l'integrazione della A di *Arts* per porre l'accento sull'importanza della creatività e dell'interdisciplinarietà nell'insegnamento e nella comunicazione delle scienze.

L'editoria scientifica per l'infanzia: biografie a fumetti e albi illustrati

Per scegliere quali storie raccontare e, soprattutto, per trovare il modo più adatto perché questi racconti raggiungano bambine e bambini nelle diverse fasce di età, si può fare ricorso alla ricca risorsa di biografie a fumetti ed albi illustrati dedicati proprio alle tematiche scientifiche.

Negli ultimi anni si è osservato infatti, anche in Italia, un crescente interesse per l'editoria specializzata nella divulgazione scientifica per l'infanzia, con la realizzazione di intere collane dedicate alle biografie di scienziati e scienziate, non solo da parte dei grandi gruppi editoriali ma anche di piccoli editori indipendenti [9, 10, 11].

Anche gli albi illustrati che affrontano temi estremamente affascinanti ma non semplici, spaziando dall'evoluzione della vita all'astrofisica o dalla botanica alla tavola periodica degli elementi, solo per citarne alcuni, sono frutto di un accuratissimo lavoro di ricerca fatto sia dagli autori nei testi, che dagli illustratori nella creazione delle immagini più comunicative [12, 13, 14, 15, 16].

Le illustrazioni portano i bambini a soffermarsi sulle singole pagine, accrescendo la loro capacità osservativa, fondamentale per un approccio scientifico, ed esercitandoli a "dilatare il presente", per utilizzare la bellissima espressione di Franco Lorenzoni, parlando dell'importanza di offrire occasioni di rallentare e restituire tempo e respiro ai piccoli, sempre più spesso trascinati in un vortice digitale di immagini e suoni accelerati [17].

Questi aspetti vengono sottolineati anche da Tiziana Mascia, Docente di Letteratura per l'infanzia dell'Università di Urbino:

> "Gli elementi visivi sono cruciali nella letteratura di divulgazione scientifica per bambini, combinando educazione scientifica ed estetica. Le informazioni scientifiche vengono trasmesse attraverso testi e illustrazioni di alta qualità, coinvolgendo efficacemente i giovani lettori." [15].

Il gioco e l'indagine al centro dell'apprendimento scientifico

Il naturale e inconsapevole istinto scientifico dei bambini, di cui parlava Carl Sagan, è certamente alimentato dalla curiosità innata dei più piccoli per tutto ciò che li circonda, ma trova poi un'attuazione concreta nel gioco, usato come strumento di indagine per esplorare il mondo e mettersi alla prova, in un continuo alternarsi di prove ed errori.

Anche in relazione al gioco, se è vero che la scuola deve accompagnare le bambine e i bambini nella costruzione formale del loro sapere, dando loro strumenti, competenze e contenuti che li rendano sempre più consapevoli ed informati, è anche importante che le tante ore passate nelle aule non abbiano come risultato quello di spegnere la loro innata curiosità. Ecco perché il gioco e la sperimentazione diretta devono tornare ad essere protagoniste anche nella scuola primaria e secondaria di primo grado, in particolare nelle ore dedicate alle scienze.

Da circa 10 anni ormai, la Commissione Europea ha effettivamente denunciato la necessità di un cambio di passo nell'educazione scientifica, proponendo l'utilizzo di strategie di apprendimento basate sull'esplorazione, la scoperta e le attività pratiche e promuovendo sempre più l'utilizzo del cosiddetto IBSE: *Inquiry-Based Science Education* [19]. Questa metodologia rende gli studenti protagonisti del loro apprendimento, coinvolgendoli in domande, investigazioni e riflessioni, sviluppando così le loro abilità critiche e di *problem-solving*. L'approccio prescelto è dunque quello di incoraggiare le bambine e i bambini a formulare ipotesi, condurre esperimenti e analizzare i risultati.

Seminare il dubbio

Formulare ipotesi, condurre esperimenti e analizzare i risultati. Nient'altro, dunque, che l'applicazione del metodo scientifico per fare scienza, ma anche per comprenderla e comunicarla. Proprio come suggeriva lo stesso Galileo, colui che con l'applicazione del metodo sperimentale ha dato il via alla scienza moderna, insegnandoci l'importanza di seminare il dubbio di fronte ai fenomeni naturali.

Ancora una volta le grandi menti del passato, possono essere di ispirazione per le generazioni future, per trovare la chiave far appassionare alla scienza bambine e bambini, non solo trovando le risposte alle loro domande, ma, soprattutto, stimolando e accrescendo la loro voglia di farne di nuove.

[1] M. Curie, discorso per il Comitato Permanente delle Lettere e delle Arti su "L'Avenir de la culture", Madrid (1933).

[2] *Linee Guida MIUR STEM* https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Linee+guida+STEM.pdf/2aa0b11f-7609-66ac-3fd8-2c6a03c80f77?version=1.0&t=1698173043586

[3] *Sintesi Prove invalsi 2022* https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2022/rilevazioni_nazionali/rapporto/Sintesi_Prove_INVALSI_2022.pdf

[4] Teacher Training and IBSE Practice In Europe (2019). https://moodle2.units.it/pluginfile.php/482956/mod_resource/content/1/IBSE_EuropeanSchoolnet_2019.pdf

[5] C. Sagan: *Carl Sagan, author interview,* Psychology Today, January (1996) . https://www.psychologytoday.com/intl/articles/199601/carl-sagan?page=3

[6] A. Einstein, messaggio manoscritto inviato ad Adriana Enriques, ottobre 1921.

[7] S. Martinez-Conde et al.: *The Storytelling Brain: How Neuroscience Stories Help Bridge the Gap between Research and Society,* J. Neurosci., 32 (2019) 8285.

[8] P. J. Zak: *Why inspiring stories make us react: the neuroscience of narrative,* Cerebrum, Feb. 2015 (2015) PMC4445577.

[9] *Donne nella Scienza*, collana di biografie di scienziate scritte e illustrate da donne, per Editoriale Scienza (Trieste).

[10] L. Novelli: *Lampi di Genio: collana di biografie a fumetti,* Editoriale Scienza, Trieste (2012-2024).

[11] *Losche storie: collana di biografie di personaggi del passato* (non solo di ambito scientifico), raccontate e illustrate in modo ironico e non convenzionale. Franco Cosimo Panini, Modena.

[12] G. Duprat: *Le meraviglie della vita,* L'Ippocampo, Milano (2023).

[13] H. Arnesen: *Stardust, polvere di stelle,* Orecchio Acerbo, Roma (2024).

[14] G. Duprat: *Universi. Dai mondi greci ai multiversi,* L'Ippocampo, Milano (2018).

[15] R. Bossù: *Chi sarà,* Camelozampa, Monselice (Pd) (2018).

[16] S. Gillingham, I. Thomas: *Esplorando gli elementi. Una guida completa alla tavola periodica,* L'Ippocampo, Milano (2020).

[17] Franco Lorenzoni: *Educare Controvento: Storie di maestre e maestri ribelli,* Sellerio Editore, Palermo (2023).

[18] Tiziana Mascia: *Sviluppi della letteratura di divulgazione scientifica giovanile e prospettive attuali*, Eco della Stampa n° 12-2021 Pag. 22/27

[19] J. M. Gago et al.: *Europe Needs More Scientists* Report by the High Level Group on Increasing Human Resources for Science and Technology. (2005) https://www.researchgate.net/publication/259705752_Europe_Needs_More_Scientists_Report_by_the_High_Level_Group_on_Increasing_Human_Resources_for_Science_and_Technology

Alessia Zurru: è laureata in biologia con un master in giornalismo scientifico e comunicazione istituzionale della scienza. Dal 2009 fa parte dell'associazione culturale Laboratorio Scienza, che ha contribuito a fondare, con cui progetta e realizza percorsi laboratoriali per le scuole su diverse tematiche scientifiche. Si occupa di corsi di

formazione per docenti e sviluppo di forme di divulgazione scientifica innovativa e metodologie attive di apprendimento, con un focus particolare sull'uso della narrazione come strumento didattico. Dal 2015 al 2021 ha collaborato con il Dipartimento di Fisica dell'Università di Cagliari per la Comunicazione della Ricerca e il Public Engagement.

La dimensione scientifica del teatro

La pagina documentaria non possiede quasi mai il potere di restituirci il fondo di un essere umano: a questo scopo, più dello storico o dello psicologo sono idonei il drammaturgo o il poeta.

Primo Levi

Anna Ceresole *Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Torino*

Il connubio fra Scienza e Teatro ha radici antiche, ma negli ultimi decenni sta attraversando un periodo di particolare dinamismo. Fioriscono spettacoli che spaziano dalla pura espressione artistica, allo strumento comunicativo inusuale sia all'interno dell'accademia che verso platee studentesche o un pubblico generico, allo stratagemma per alimentare riflessioni su temi etici o sociali. L'aspetto più rilevante del fenomeno è lo stimolo all'interazione fra discipline diverse, con risultati innovativi e spesso sorprendenti.

Figura 1: Elena Ruzza e Fé Avouglan interpretano le scoperte di Madame Wu sulla violazione della parità nelle interazioni deboli. Sullo sfondo, Ale Bavo al sintetizzatore. (CERN, Ginevra, Febbraio 2023.)

Prologo

Stiamo attraversando una fase positiva nell'altalenante relazione fra le "due culture", Scienza ed Umanesimo, esplorata fra gli altri nel 1959 dal fisico Charles Percy Snow [1]: i variegati esempi recenti di testi drammaturgici, opere liriche, coreografie di danza, spettacoli cinematografici e serie TV che attingono dalla scienza, mostrano quanto possa essere interessante e fertile questa interazione.

Primo Levi, nella veste di scrittore di racconti ed ineguagliabile testimone dell'esperienza dei *Lager*, scriveva le parole sopra citate [2] alludendo alle descrizioni lucide della realtà amplificate da fattori umani quali le emozioni. Ma soprattutto, egli citava la curiosità, che accomuna lo scrittore allo scienziato, anche se non si immagina possa essere lo stato d'animo dominante in quel contesto di disperazione. Forse qui risiede l'essenza della profonda riflessione che ha avvicinato le Arti alla Scienza, ed almeno uno dei possibili approcci odierni alla comunicazione del sapere scientifico attraverso il teatro: la narrazione dell'impresa umana che sta dietro ogni grande scoperta ed a ciascuna delle fasi intermedie e talvolta sofferte che l'hanno resa possibile.

Già Aristotele attribuiva alle emozioni il ruolo di vero motore della conoscenza, ma in realtà la chiave dell'enfasi sull'elemento umano alla base di scoperte e progressi scientifici è solo una delle molte sfaccettature che oggi si osservano nella vivace interazione fra Teatro e Scienza. Talvolta, essa nasce invece con intenti puramente didattici o divulgativi, quando non per puro divertimento.

Sta di fatto che il teatro scientifico, anche denominato in lingua italiana Teatro-Scienza, Scienza-Teatro, Teatro di Scienza o Scienza a teatro, nel nuovo millennio ha catalizzato interesse sia da parte degli scienziati che degli artisti, fino a diventare una disciplina di studio anche per il mondo accademico. La maturità del campo è infatti testimoniata dalla comparsa di volumi monografici quali [3], scritto nel 2022 dalle studiose della Comunicazione Scientifica Emma Weitkamp (University of the West of England at Bristol, UK) e Carla Almeida(Museu da Vida, Oswaldo Cruz Foundation, Brasile), che offrono un panorama internazionale ed una profonda discussione su almeno un settore di questo universo in espansione: ad essi riferiamo per un appassionante approfondimento, mentre cerchiamo di riportare qui alcuni elementi essenziali e la semplice prospettiva di una ricercatrice avvicinatasi proprio per curiosià a questa tematica.

Un altro volume precedente [4] (2006), elenca e riflette su oltre un centinaio di opere che nel tempo introducono elementi scientifici nel testo drammaturgico. Oltre alla letteratura accademica, esistono inoltre eventi dedicati all'argomento come festival eclettici, reti di ricerca finanziate dall'Unione Europea insieme a differenti spazi e *forum* di confronto fra artisti e studiosi.

Molto spesso gli scienziati hanno il ruolo di puri consulenti, ma la collaborazione sta evolvendo verso un loro coinvolgimento più rilevante: in molte opere, la scienza non fornisce soltanto uno stratagemma per rendere la trama interessante, ma viene portata in primo piano tramite il racconto di scoperte e personaggi reali, capaci di suggerire stimoli per il pensiero e metafore potenti.

La rappresentazione teatrale fornisce dunque un potente mezzo di comunicazione interdisciplinare che interfaccia letteratura, musica, arti visive, scienza e tecnologia. Oggi esso si rivela straordinariamente adatto alle nuove esigenze della comunicazione scientifica, ma si muove anche oltre questo contesto.

Differentemente dalla letteratura, dai recenti esempi nel cinema (vedi `Oppenheimer` o `Interstellar` di Christopher Nolan [5]) o dalla voga delle serie TV (per esempio `Breaking Bad` di Vince Gilligan [6] o `The Big Bang Theory` di Chuck Lorre e Bill Prady,[7]) a soggetto legato alla scienza, la rappresentazione dal vivo permette un maggior grado di interazione con lo spettatore che si sente coinvolto e protagonista, rompendo la cosiddetta "quarta parete" del palcoscenico, anche senza raggiungere le vette dell'avanguardia delle cinque ore di musica minimale del teatro musicale di Philipp Glass e Robert Wilson in `Einstein on the Beach` [8].

Questa interessante commistione culturale serve anche a veicolare in modo nuovo concetti ed informazioni scientifiche altrimenti poco attraenti per il pubblico generico, o per introdurre temi sociali con uno strumento comunicativo capace di coinvolgere in diversi modi lo spettatore.

È interessante domandarsi cosa porti scienziati e teatranti ad avvicinarsi, al di là dei luoghi comuni sulle loro insofferenze reciproche. A questo proposito, si distinguono due principali canali di utilizzo della scienza in drammaturgia: da un lato, ci sono gli artisti che attingono a temi e metafore scientifiche per mettere in scena stimoli originali e personaggi insoliti, con il puro scopo di creare uno spettacolo gradevole e coinvolgente; il pubblico di abituali amanti del teatro viene così ingaggiato intellettualmente su un territorio diverso dalla usuale dimensione familiare o storica dei protagonisti di commedie e tragedie. Dall'altro lato, gli scienziati si avvicinano a questo strumento accattivante per comunicare con rigore idee, conoscenza e progressi, sia entro la comunità accademica che verso il pubblico esterno, ampliando il *target* e l'impatto dei loro messaggi. Il testo strutturato attraverso dialoghi e racconti risulta molto efficace per lo scopo divulgativo e didattico e viene amplificato dal movimento del corpo e dalle emozioni trasmesse con la recitazione. Inoltre, si pensa che l'arte, comunicando su livelli estetici ed emotivi, possa meglio traghettare concetti scientifici spesso considerati aridi, poco palatabili e destinati a pochi eletti.

Alcuni scienziati, come emblematicamente il chimico farmaceutico Carl Djerassi (1929-2015) [9], sono diventati prolifici autori di opere teatrali perchè affascinati dal palcoscenico come contesto per raccontare la scienza. Nonostante il suo importante ruolo di ricercatore legato alle prime pillole anticoncezionali, Djerassi arrivò a riflettere sul tema scienza-teatro fino a formalizzare le caratteristiche della vera collaborazione fra le due discipline in una serie di regole [3]: si doveva avere una descrizione accurata degli aspetti scientifici, una rappresentazione realistica degli scienziati, raccontare una storia fortemente legata al contesto scientifico e inserirvi un chiaro elemento didattico. In particolare, il ruolo delle donne nella scienza era da lui enfatizzato e intendeva promuovere una profonda riflessione sugli aspetti etici. Alcune delle sue opere erano molto curate nel testo perché pensate per essere lette e non necessariamente rappresentate in scena.

Il teatro, al di là della sua valenza artistica, può essere interpretato come uno dei primi strumenti multimediali, data la sua insita capacità di combinare i diversi mezzi di espressione che si sovrappongono nello spazio-tempo di una *pièce*: il testo narrativo, la scena, la recitazione, la musica, il canto, oggi arricchiti da immagini e suoni generati dai vari mezzi che la tecnologia ha messo a disposizione.

Inoltre, il teatro vive naturalmente nelle molte dimensioni generate dai diversi livelli di contenuti che possono essere colti o meno dallo spettatore: ciascuno può risuonare diversamente a seconda della sua età , provenienza culturale o puro stato d'animo momentaneo.

I temi preferiti in questa specifica forma di espressione sono biografie e ritratti di scienziati, dipinti talvolta come eroi e talvolta come figure vittime della loro umanità, dilemmi etici derivanti dalle scoperte scientifiche, esposizione di idee innovative e del loro impatto sulla società. Pur incontrando un forte legame fra forma e contenuti, spesso è il testo a passare in primo piano e si accompagna a una scenografia scarna ed essenziale.

Scienziati e docenti si avvicinano al teatro ed alle sue tecniche spinti dalla personale inclinazione, ma anche dal desiderio di trovare una chiave in più per trasmettere contenuti, catturare l'uditorio, creare entusiasmo e passione attorno all'impresa della ricerca. Questo accade specialmente da quando, per questioni di valutazione del sistema accademico che ne commisurano i finanziamenti pubblici, si è sviluppata una nuova e crescente pressione verso la "Terza Missione", diventata un mestiere se non una necessità per docenti e ricercatori (spesso indipendentemente dalle loro attitudini): oltre che per pure ragioni culturali, essa serve anche per far conoscere e giustificare ad ampie fasce della società le esigenze economiche del progresso scientifico e tecnologico.

Da almeno un decennio si parla di un approccio STEAM all'educazione, che unisca le discipline scientifiche "dure" (STEM: Science, Technology, Engineering, and Mathematics) e le Arti. La motivazione è quella di promuovere una più forte vena creativa ed approcci innovativi nella ricerca scientifica ed in materie considerate per loro natura piuttosto ostiche dalla maggior parte degli studenti e poco perseguite dalle studentesse.

Si può comprendere come mai la Fisica si presti particolarmente ad essere rappresentata in teatro: in primo luogo, il palcoscenico presenta una forte metafora dello spazio-tempo, che ospita personaggi ed eventi che si sviluppano sotto l'effetto delle forze della natura. La gravità vincola il movimento degli attori, la luce li illumina e ne evidenzia le azioni, l'energia viene consumata e restituita nelle sue varie forme nel corso della rappresentazione.

In generale, i luoghi di questo tipo di spettacoli possono essere molto vari e per nulla ristretti a teatri tradizionali: la predominanza frequente del testo sulla scenografia rende possibili esecuzioni in scarne aule scolastiche o accademiche, in luoghi pubblici quali musei e parchi scientifici, o all'aperto in piazze o cortili. Molto dipende dagli scopi della particolare rappresentazione, se focalizzata alla comunicazione scientifica verso un dato uditorio o maggiormente guidata dall'espressione artistica pura.

Infine, risulta inevitabile finire questa panoramica menzionando quale schema economico si possa utilizzare per finanziare questa attività e gli artisti che vi partecipano, dando per scontato che gli scienziati ritaglino il tempo necessario per occuparsene dalle loro funzioni professionali. Mentre paesi con significativi investimenti per cultura ed educazione trovano varie fonti (ad esempio, spesso la Templeton o la Sloan Foundation in USA, e Royal Trust nel Regno Unito), in Italia la situazione è decisamente critica ed occorre ricorrere alla finanza creativa e ad un impegno rilevante di caccia al tesoro che coinvolge in sinergia sia la componente artistica che quella scientifica dell'impresa: si cercano fondi da Comuni e Regioni dedicati a eventi culturali ed educativi, sfridi nei capitoli dei budget universitari dedicati a didattica ed eventi di divulgazione, bandi di fondazioni bancarie, associazioni culturali indipendenti, musei, teatri, planetari, etc. In questo contesto è di fondamentale importanza il ruolo degli istituti di ricerca ed enti filantropici che supportano la ricerca per promuovere nuove collaborazioni fra scienza e tecnologia e differenti espressioni artistiche. A seconda delle ambizioni dello spettacolo, si parla di uno sforzo iniziale che può passare da poche migliaia a qualche decina di migliaia di Euro per mettere insieme l'opera e varie migliaia di Euro per ogni rappresentazione, fra *cachet* degli artisti, affitto delle *location*, servizi tecnici, trasferimenti e soggiorni, spese per la comunicazione e diritti SIAE. Raramente una parte significativa di queste spese viene coperta dalle entrate in biglietti di ingresso per il pubblico, visto che spesso si tratta di opere a scopo divulgativo più che di puro intrattenimento o, in gergo contemporaneo, *infotainment*.

Atto I: Esempi del passato

I primi esempi significativi di teatro ispirato dalla scienza non erano molto lusinghieri per la figura dei suoi protagonisti.

Il Dottor Faust di Christopher Marlowe [10], portato in scena nel 1594, racconta della dannazione di uno studioso assetato di scienza e bellezza che, pur di saziare il suo desiderio di sapere, scende a patti con il diavolo.

L'Alchimista di Ben Jonson (1610) [11], evidenziava la scarso rigore di questa disciplina e trasudava un'immagine negativa degli scienziati, guidati da ambizioni smisurate più che da un'autentica aspirazione verso la conoscenza.

In tempi più recenti, George Bernard Shaw ne **Il Dilemma del Dottore** [12] (1906) irrideva l'etica dei medici dell'epoca, ma allo stesso tempo traghettava conoscenze approfondite in biochimica ed immunologia.

Ci si avvicina alla Fisica, ai suoi personaggi storici ed ai suoi dilemmi con la **Vita di Galileo** di Bertolt Brecht [13] (scritto nel 1938 e rappresentato 5 anni dopo a Zurigo), che affronta la dicotomia fra la ricerca della verità scientifica e lo scontro con il potere delle autorità religiose e politiche. È interessante notare [3] che nella revisione dell'opera successiva alla fine della Seconda Guerra Mondiale ed agli eventi drammatici di Hiroshima e Nagasaki, la valutazione della figura di Galileo risulta molto più negativa che nella versione originale, mostrando una malleabilità temporale di questi lavori.

Anche Friedrich Dürrenmatt, nella sua opera satirica **I Fisici** (1962) [14], si occupa delle responsabilità etiche degli scienziati rispetto allo sviluppo dell'energia nucleare e dell'uso distorto che ne può derivare, un tema dolorosamente attuale anche nella nostra contemporaneità. Nel dipingere fisici impazziti ed in delirio di onnipotenza, egli inserisce anche concetti matematici sofisticati come il nastro di Möbius, portando ad una integrazione formale di temi scientifici oltre ad un livello puramente metaforico o strumentale.

I possibili pericoli delle scoperte della Fisica nucleare sono anche il soggetto di **E=mc²** di Hallie Flanagan Davies (1948), una rispettata produttrice teatrale americana che inseriva nel testo drammaturgico anche fonti documentali della Energy Commission, aprendo il dibattito sulle responsabilità umane [15].

Ma è dall'inizio degli anni 2000 che la Scienza ha incominciato ad esercitare una certa attrazione per i drammaturghi, grazie al capolavoro di Michael Frayn, **Copenhagen** del 1998 [16], che può facilmente essere considerato l'archetipo del teatro scientifico e l'esempio eclatante ed ineguagliabile di questa tendenza, che ha aperto gli occhi a molti di noi scienziati. Il suo enorme successo di pubblico e di critica si esprime in migliaia di rappresentazioni solo fra National Theatre e West End di Londra e a Broadway, oltre che in piccoli e grandi teatri di tutto il pianeta. L'opera rappresenta il dialogo fra due protagonisti della nascita della Meccanica Quantistica, Werner Heisenberg e Niels Bohr, che si incontrano a Copenhagen durante l'occupazione nazista della II guerra mondiale. Il terzo personaggio è la moglie di Bohr, Margrethe, che almeno nella finzione è testimone della conversazione. L'azione si svolge al di fuori del tempo cronologico, quando i tre personaggi ormai deceduti, ricordano e valutano in retrospettiva quell'incontro pensando alle conseguenze che ne sono derivate [17]. Oltre all'inaffidabilità delle memoria, il testo descrive l'incertezza nel giudizio morale e lascia ambiguità anche sulle certezze scientifiche raggiunte dai due protagonisti. Nel mentre, lo spettatore partecipa di dettagliate informazioni scientifiche sul calcolo della massa critica necessaria per innescare una reazione a catena e ampia discussione sul ruolo dell'osservatore nel determinare una misura scientifica. Insomma, Frayn si addentra nel tema scientifico della fattibilità della bomba e oltre, senza preoccuparsi troppo di cosa possa effettivamente essere fruito da uno spettatore teatrale tipico, ma costruisce personaggi credibili e fornisce elementi chiave nella trama.

Un aspetto particolarmente interessante ed esemplificativo del rapporto Scienza-Teatro di quest'opera è il modo in cui [3] la meccanica quantistica sia inglobata nella struttura e nella messa in scena: l'uso di tre attori ed il loro modo di muoversi sul palco richiama i protoni, neutroni ed elettroni dell'atomo di Bohr. L'opera può essere perfettamente goduta anche senza che lo spettatore si renda conto di questo riferimento, ma l'originalità dello spettacolo consiste anche nei diversi livelli di simbolismo e di fruizione del contenuto da parte del pubblico.

Altro ulteriore lato curioso di quest'opera emblematica, è che Frayn non avesse alcuna particolare vocazione o interesse per la comunicazione scientifica, ma fosse semplicemente intrigato da un particolare argomento della Fisica.

L'esperienza di **Copenhagen** ha avvicinato a questo filone molti ricercatori così come varie compagnie teatrali: per esempio in Brasile, la compagnia Núcleo Arte Ciência no Palco[18] nata nel 1998, che ha un repertorio esclusivamente dedicato al teatro scientifico con 19 titoli destinati ad adulti e bambini.

Si tratta di una felicissima intersezione fra arte drammatica, storia e scienza, che sfida la freccia del tempo mentre mette in scena concetti profondi della Fisica quali il principio di indeterminazione e di complementarietà. Ci si stupisce di un tale successo per un allestimento spoglio e tre fisici che si struggono per un'ora e tre quarti sulle implicazioni morali del costruire una bomba atomica durante il nazismo ed i fondamenti della meccanica quantistica. Ma **Copenhagen** ha dimostrato, contro ogni *cliché*, che arte e scienza possono convivere e rafforzarsi vicendevolmente.

Il libro di Weitkamp e Almeida [3] riporta di numerosi esempi di spettacoli nati sulla scia di **Copenhagen**, pur senza riuscire ad eguagliarlo in profondità e originalità, oltre ad una discussione ampia di opere teatrali a livello mondiale connesse con varie scienze, dalla biologia all'antropologia.

Atto II: Alcuni esempi del presente

Riporteremo qui alcuni esempi in una prospettiva fortemente influenzata dall'esperienza personale, guidata dalla curiosità, dalle opportunità e dal desiderio di esplorare nuove vie per condividere la Scienza. Naturalmente il puro divertimento costituisce una leva forte e spesso dominante. Per esempio, il Dipartimento di Fisica Teorica del CERN di Ginevra ha una lunga tradizione di spettacoli teatrali amatoriali, molto attesi annualmente prima delle feste invernali, scritti e rappresentati con umorismo dai membri del laboratorio e focalizzati sugli avvenimenti scientifici salienti dell'anno.

L'ambiente torinese vede l'operato di associazioni culturali quali Teatro & Scienza di Mariarosa Menzio [19], laureata in Matematica e poi passata alla recitazione, alla scrittura ed alla drammaturgia, accompagnata dall'ingegnere Fulvio Cavallucci. Loro offrono dal 2005 un festival che include annualmente una fitta stagione di spettacoli, rassegne, conferenze, mostre e corsi teatrali per gli studenti universitari. Ogni edizione ha un tema diverso e con la scienza sul palco vogliono comunicare lo stupore e la meraviglia come presupposti per avvicinare il pubblico, e particolarmente i giovani, al sapere scientifico.

Il lavoro in questo ambito del collega Marco Monteno della Sezione INFN di Torino, proposto anche fra le attività divulgative dei grandi esperimenti del CERN, è stato molto efficace per illustrare a bambini e giovani studenti i temi e le caratteristiche della ricerca in Fisica Fondamentale, con opere apprezzate come **Arlecchino ed il colore dei quarks** ed **Entropia**, in stagione in passato con Teatro & Scienza e altrove.

Ancora una interessante opera della Fondazione Teatro Piemonte Europa è il Processo Galileo di Andrea De Rosa e Carmelo Rifici [28].

A Milano, il Pacta dei Teatri di Maria Eugenia D'Aquino [20] è giunto alla settima stagione del festival **ScienzaInScena**, evoluzione di **TeatroIn Matematica** nato addirittura nel 2002. I lavori nascono in collaborazione con il Politecnico di Milano, l'Istituto Nazionale di Astrofisica, l'Università degli studi di Milano-Bicocca, il Civico Planetario, l'Osservatorio di Brera ed anche il Department of History della University of California Berkeley. Lo scopo non è tanto di divulgare ma di emozionare ed attrarre lo spettatore verso il mondo scientifico, smontando gli stereotipi di scienziati aridi e distanti.

Un altro classico prodotto dall'area milanese è la vasta produzione di Marina Carpineti, Marco Giliberti e Nicola Ludwig, del Dipartimento di Fisica dell'Università degli Studi di Milano [29], fra cui in particolare, con il contributo della Società Italiana di Fisica **E=mc^2 Il grande show della Fisica** [30], che mette in scena la registrazione di una puntata di un surreale show televisivo dedicato alla fisica, predicando fra ironia e leggerezza il rigore e linguaggio matematico come elementi base della buona comunicazione scientifica.

A stretto contatto con l'Università di Trento, il fisico ora drammaturgo e attore Andrea Brunello con la compagnia Arditodesìo [21] porta avanti dal 2002 con passione il racconto della scienza, nelle sue parole

> "così importante per la nostra esistenza, vita e società che saperla comprendere e raccontare è fondamentale".

Fra le sue aree di competenza, oltre al festival **Teatro della Meraviglia**, propone le **Augmented Lecture** in cui un ricercatore viene affiancato in scena da un artista che aumenta l'efficacia della conferenza scientifica con stratagemmi di recitazione.

Interessanti sono anche i lavori dal vivo di Federico Benuzzi, che tramite **Lo spettacolo della fisica** cerca di spiegare la Fisica con la giocoleria [27].

Dal 1979, esiste poi il circuito di prestigio del Teatro Pubblico Pugliese [24] che unisce 79 comuni e spesso in collaborazione con l'Università del Salento offre stagioni di grande ampiezza di orizzonti, che includono spettacoli di teatro e danza a tema scientifico. Lo spettacolo **Copenhagen** per esempio è stato in calendario al Teatro Paisiello [25] mentre lo spettacolo di danza **Entanglement** è si è visto di recente al Teatro Traetta di Bitonto [26].

Uscendo dai confini italiani, a Parigi, Élisabeth Bouchaud, un'altra fisica trasferita alla drammaturgia e recitazione, ha ripreso dal 2014 il teatro La Reine Blanche [22] ed offre localmente e nella succursale di Avignone una vasta serie di spettacoli, spesso concentrati sull'universo femminile e da lei scritti e recitati.

Infine a New York, The World Science Festival di Brian Greene [23] ha una sezione dedicata alle arti performative ed ha in calendario opere sofisticate e ad ampio spettro espressivo in collaborazione con note icone culturali, che parlano con metodi innovativi di Marie Curie, Albert Einstein ed Oliver Sacks.

Questa carrellata sicuramente non esaustiva rende l'idea della vastità e della dinamica attuale dell'uso della Scienza nelle arti performative.

ATTO III: Come realizzare uno spettacolo fra Teatro e Scienza

Dal punto di vista di un ricercatore, l'elemento fondamentale per realizzare concretamente un'opera di teatro scientifico è anche quello che rende la Fisica interessante: l'interazione, realizzata fra diverse competenze, provenienze culturali, istituzioni. L'impresa è ardua ed articolata, per cui nessuno riesce a portarla a termine in solitaria, neppure a costo di trascurare completamente il proprio lavoro primario: nonostante l'ego del fisico tipico, occorre ammettere che non è detto che se ne sia capaci e serve la collaborazione assidua di artisti formidabili. Innanzitutto è necessario imparare a mediare fra i diversi modi di funzionamento di un teatrante ed un ricercatore. Occorre flessibilità, determinazione, grande inventiva nel cercare i finanziamenti, pensiero laterale per mettere insieme gli strumenti necessari, un'ottima rete di connessioni per generare occasioni per le prime rappresentazioni, in modo da creare quella massa critica di interesse che crei richiesta per un'opera originale e necessariamente di nicchia, dimestichezza nel gestire emotività e competizione. L'esperienza articolata di un fisico, che vive di creatività e collaborazione, lo pone da una prospettiva vantaggiosa per portare a termine il progetto. Ovviamente tutto deve essere condito da una grande passione, visto che il tempo per questo genere di impresa deve crearsi fuori dagli impegni consueti.

Desideriamo fornire in questo scritto due esempi, ancora totalmente legati alla nostra esperienza e prospettiva particolare, ovvero di nuovo quella di un ricercatore desideroso di esplorare nuove tecniche di comunicazione, di approcciare in modo nuovo i colleghi e avvicinare scienza e società.

Un primo esempio di come una comunità accademica in Fisica possa realizzare teatro scientifico, in questo caso destinato ad altri scienziati dello stesso campo, è lo spettacolo **Corollari**, creato nell'ambito della COST Action **The String Theory Universe**, finanziata dall' Unione Europea fra il 2013 ed il 2017 [32]. Questo progetto aveva lo scopo di coordinare e promuovere la ricerca di gruppi universitari di 27 paesi nel campo della Teoria delle Stringhe e delle sue applicazione alla Fisica delle Particelle, della materia condensata, alla Cosmologia e Gravità Quantistica. Esso aveva la caratteristica di essere stato ideato e promosso da ricercatrici donne del campo, che ne occupavano in modo preponderante le posizioni di gestione. Poiché degli oltre 650 partecipanti soltanto il 15% era di genere femminile, l'Action prevedeva anche un gruppo di lavoro dedicato alle questioni di genere, guidato da Maria A. Lledo (IFIC Valencia), con la missione di aumentare la consapevolezza su questo tema nella comunità e di mettere in atto misure pratiche per mitigare lo squilibrio. Una delle attività più significative è stata proprio la creazione di uno spettacolo teatrale, basato su aneddoti di pregiudizio e discriminazione di genere in situazioni professionali raccolti anonimamente fra le donne partecipanti all'azione. L'idea era quella di mettere i colleghi uomini di fronte alle esperienze correnti di molte delle loro colleghe donne, di cui loro non si rendevano conto e che spesso potevano derivare da pregiudizi inconsapevoli. Lo strumento teatrale doveva rendere la comunicazione meno diretta, mantenendone l'efficacia.

Gli episodi più frequentemente citati erano quelli di non essere ascoltata con la stessa attenzione di un collega maschio durante una discussione scientifica, di non essere ben riconosciuta per risultati scientifici di cui si era autrice principale, di essere scambiate per la segretaria o la moglie di un collega, di non essere prese seriamente pur avendo un ruolo direttivo in un gruppo o comitato, di essere criticate per aver dovuto rubare tempo al lavoro per prendersi cura di figli o familiari.

Sulla base di questi aneddoti, un drammaturgo professionista milanese, Fabio Scamoni, mise generosamente a disposizione la sua competenza per creare un testo, che fu poi recitato a sorpresa nell'aula universitaria durante la conferenza conclusiva del progetto. Si trattava di un monologo di circa 30 minuti recitato in Inglese dall'attrice che rappresentava la scienziata, intercalato da vari interventi di due attori di supporto che impersonavano due suoi colleghi. I temi di non sentirsi valorizzate, ascoltate in discussioni scientifiche e il ben noto problema della conciliazione fra lavoro e vita privata erano messi in evidenza e crearono un certo scalpore, suscitando un pomeriggio di discussioni animate fra i partecipanti. Il lavoro fu successivamente tradotto in Italiano e rappresentato in un'altra occasione accademica ed è visibile in *streaming* su [31]. Fu interessante notare il diverso impatto dello spettacolo sulle varie generazioni di colleghi, con i più giovani molto più aperti e sensibili al tema. Reazioni molto positive sull'iniziativa insolita furono manifestate dal responsabile economico del progetto presso l'Unione Europea. Le ampie discussioni suscitate potevano già essere considerate una vittoria, almeno per quanto riguardava l'intento di creare consapevolezza.

ATTO IV: La Forza Nascosta

L' ultimo esempio teatrale che vorremmo esporre è lo spettacolo **La Forza Nascosta. Scienziate nella Fisica e nella Storia** [33], rivolto alle scuole ed al pubblico generico, parla ancora di Fisica e Genere. Esso racconta con poesia, rigore scientifico e musica, la vita e le scoperte di quattro protagoniste della Fisica del '900, la fisica nucleare viennese Marietta Blau, la fisica nucleare cinese Chien-Shiung Wu, la fisica delle particelle italiana Milla Baldo Ceolin e l'astronoma americana Vera Cooper Rubin, viste nel quadro dei grandi cambiamenti culturali, sociali e storici del secolo breve. Lo scopo principale è stato quello di celebrare l'importanza del contributo femminile al progresso della conoscenza, con particolare riferimento al nostro ambito di ricerca in Fisica fondamentale.

Nato a Torino presso la Sezione dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare ed il Dipartimento di Fisica dell'Università da una scintilla partita dalla collega Simonetta Marcello, insieme a Nora De Marco, Nadia Pastrone e alla presente autrice, si è avvalso della collaborazione di una storica delle donne, Emiliana Losma [34] e di una esperta di innovazione tecnologica, Rita Spada. Il gruppo si è attrezzato dell'alta professionalità di artiste del teatro incontrate precedentemente nell'area torinese: l'attrice, autrice ed attivista Elena Ruzza [35] (dell'associazione culturale TerraTerra), la drammaturga e regista Gabriella Bordin (associazione AlmaTeatro [36]) e la versatile soprano Fé Avouglan. L'opera dunque risulta dalla stretta collaborazione fra persone con competenze ben diverse per raccontare come le quattro scienziate, volutamente scelte fra le molte figure proposte da Emiliana Losma fra le meno conosciute di Marie Curie o Margherita Hack, abbiano seguito la loro passione ed il loro talento, superando gli stereotipi della loro epoca. Il testo teatrale italiano, risultato da una forte collaborazione fra parte la artistica e la parte scientifica e tecnica, per arrivare a bilanciare i suoi molteplici messaggi, ed è depositato alla SIAE. Esso è stato realizzato anche in versione inglese per rendere possibili le rappresentazioni con sottotitoli sullo sfondo, su cui scorrono immagini evocative e ritratti delle protagoniste.

La genesi dello spettacolo è descritta in dettaglio nell'articolo apparso sul sito della casa editrice Pearson[37], oltre che sulla rivista Asimmetrie dell'INFN [38].

Si può poi vedere un trailer [39] e online [40] anche l'affascinante rappresentazione tenuta nel 2024 sotto la galleria del Laboratorio del Gran Sasso dell'INFN, oltre alla puntata dedicata su RAI5 Visioni [41]

Si tratta di uno spettacolo che, a partire dal debutto nel 2020, si avvia ormai verso le 50 rappresentazioni in Italia ed in ambiente internazionale, incluso il CERN di Ginevra [42] e il TheaterMuseum di Vienna.

Spesso lo spettacolo è stato accompagnato da eventi satellite quali lezioni sulla Fisica di cui si parla senza paura nel testo (curve di rotazione delle galassie, materia oscura, particelle, simmetrie, neutrini, acceleratori, emulsioni nucleari, stelle di disintegrazione...), attività didattiche, laboratori teatrali, discussioni sulla Scienza e sulle questioni di genere.

L'opera, nata a cavallo della pandemia, può anche essere considerata come uno dei suoi pochi risvolti positivi, poichè il tempo sospeso di quel periodo ha permesso al team scientifico ed artistico di confrontarsi estesamente, dedicando pensiero e tempo ad una attività insolita. Inoltre, dal mero punto di vista economico, il budget iniziale messo insieme in modo creativo fra fondi dell'INFN, dell'Università e del Teatro Baretti di Torino ha sfruttato avanzi dovuti all'arresto di molte attività accademiche correnti. La semplice scenografia immaginata da Gabriella Bordin, costituita da 5 sbarre luminose che vengono movimentate dall'attrice e dalla soprano fino a formare una stella che ricorda una forma di Gilberto Zorio, sono state costruite dal laboratorio tecnologico dell'INFN di Torino, lo stesso che ha provveduto a pezzi essenziali degli esperimenti al CERN.

Esistono molti spettacoli documentari di Teatro e scienza, ma **La Forza Nascosta** parla di Scienza attraverso la parola poetica, il canto, lo spazio scenico. Il suo messaggio vuole incoraggiare tutti i giovani ed in particolare le donne, attraverso la forte emozione che l'arte sa ricreare, a seguire con determinazione i loro interessi, il loro talento ed il loro cuore nella scelta del loro percorso di studi e di vita.

In scena, l'attrice Elena Ruzza e la soprano

Figura 2: Foto di gruppo dopo lo spettacolo al CERN di Ginevra nel Febbraio 2023, con l'Ambasciatore Vincenzo Grassi.

Fè Avouglan, con la regia di Gabriella Bordin e la direzione tecnica di Eleonora Sabatini, fanno brillare queste vite significative fatte di lavoro di ricerca ma anche di impegno familiare.

La musica gioca un ruolo importante per accompagnare la narrazione: essa copre un terreno che si estende dall'opera lirica alla musica elettronica, includendo canti popolari e jazz. Dove il budget lo permette, Diego Mingolla o Gabriele Braga accompagnano al pianoforte il canto e la recitazione. Inoltre, il musicista elettronico Ale Bavo, che ha composto appositamente alcuni brani al sintetizzatore, li esegue dal vivo.

Pur senza saperlo, l' opera rispetta fedelmente i criteri di Djerassi che definiscono un'opera di teatro scientifico, visto che racconta fedelmente personaggi esistiti, si attiene ad un profondo rigore scientifico ed ha un marcato intento didattico, oltre ad evidenziare importanti temi sociali. Ci auguriamo che continui a girare per teatri e aule scolastiche, diffondendo l'entusiasmo per la Fisica e la ricerca fondamentale.

Epilogo

L'introduzione di argomenti scientifici ha sicuramente aperto una fertile direzione nel teatro, allargandone il panorama espressivo. Sempre più opere mostrano nella forma e nei contenuti una vera sinergia fra gli scienziati e gli artisti che le hanno ideate. Oggi, sia che attinga dalle Scienze della vita che dalla Fisica, il teatro offre nuovi spunti per coniugare scienza, arte, storia ed aspetti della cultura corrente, andando oltre i temi più usuali e le dinamiche della drammaturgia tradizionale. Pur sottolineando aspetti umani che accomunano protagonisti della scienza a chiunque altro, questo strumento si mostra estremamente adatto a enfatizzare la ricchezza di una interazione fluida fra le varie discipline, che nel mondo contemporaneo è una caratteristica che può promuovere vere svolte culturali.

Ringraziamenti

Desideriamo ringraziare tutti coloro con cui abbiamo condiviso l'avventura de **La forza nasco-**

sta: Nora De Marco, Emiliana Losma, Simonetta Marcello, Nadia Pastrone e Rita Spada, le artiste Elena Ruzza, Gabriella Bordin e Fé Avouglan, con Eleonora Sabatini e i musicisti Diego Mingolla, Ale Bavo e Gabriele Braga ed inoltre Matteo Cantamessa, Giuseppe Verdino ed Anna Parisi.

[1] Charles Percy Snow: *Le due culture,* Feltrinelli, Milano (1964).
The REDE Lectures https://sciencepolicy.colorado.edu/students/envs_5110/snow_1959.pdf

[2] Primo Levi: *Auschwitz, città tranquilla. Dieci Racconti,* Einaudi, Torino (2021).

[3] Emma Weitkamp, Carla Almeida: *Science & Theatre: Communicating Science and Technology with Performing Arts,* Emerald, Bradford (UK) (2022).

[4] Kirsten Shepherd-Barr : *Science on Stage,* Princeton University Press, Princeton (2006).

[5] https://www.treccani.it/enciclopedia/christopher-nolan/

[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Breaking_Bad

[7] https://en.wikipedia.org/wiki/The_Big_Bang_Theory

[8] https://www.darsmagazine.it/einstein-on-the-beach-/appunti-su-unopera-simbolo-del-novecento/

[9] Carl Djerassi: *Chemistry In Theatre: Insufficiency, Phallacy Or Both,* Imperial College Press, Londra (2012).

[10] https://it.wikipedia.org/wiki/Dottor_Faust

[11] https://www.britannica.com/topic/The-Alchemist-play-by-Jonson

[12] https://it.wikipedia.org/wiki/Il_dilemma_del_dottore

[13] https://it.wikipedia.org/wiki/Vita_di_Galileo

[14] https://it.wikipedia.org/wiki/I_fisici

[15] https://search.worldcat.org/title/1296685124

[16] https://www.teatropubblicopugliese.it/comuni-rassegne/copenhagen/

[17] https://www.americanscientist.org/article/science-as-theater

[18] https://nucleoacp.wordpress.com/sobre/

[19] https://www.teatroescienza.it

[20] https://www.pacta.org

[21] https://www.arditodesio.org

[22] https://www.reineblanche.com

[23] https://www.worldsciencefestival.com/performance/

[24] https://www.teatropubblicopugliese.it

[25] https://www.teatropubblicopugliese.it/teatro/teatro-paisiello/

[26] https://www.teatropubblicopugliese.it/blog/entanglement_nessuno-di-noi-e-solo/

[27] Federico Benuzzi: *Lo spettacolo della Fisica,* Dedalo, Bari (2021).

[28] https://www.fondazionetpe.it/produzioni-in-tournee/processo-galileo/

[29] https://spettacolo.fisica.unimi.it/

[30] https://www.sif.it/attivita/lo-show-della-fisica

[31] http://streaming.unimib.it/tcs/#page:recordingList&pageNumber:1&id:5EB39933-C031-4098-9C43-1F3572B532CD, testo teatrale attorno al minuto 21.

[32] https://www.cost.eu/actions/MP1210/

[33] http://laforzanascosta.to.infn.it/

[34] http://www.emilianalosma.it/

[35] https://www.elenaruzza.it/

[36] https://almateatro.it/

[37] https://it.pearson.com/aree-disciplinari/scienze-matematica/articoli/alla-ricerca-della-forza-nascosta.html?fbclid=IwAR32kXwkrzAhu-J5OiocS_CHZ2V6mDzjhB8CNEkQj8OUhxXLKdbGxZLwktQ

[38] https://www.asimmetrie.it/as-spazi-scienziate-sul-palco

[39] https://vimeo.com/518688833

[40] https://www.youtube.com/watch?v=jW_pKj_OWss

[41] https://www.youtube.com/watch?v=QiR8c3IesiY

[42] https://indico.cern.ch/event/1228843/

Anna Ceresole: è ricercatrice in Fisica Teorica presso la Sezione di Torino dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. Si occupa di teorie quantistiche delle interazioni fondamentali ed in particolare della gravità. Ama comunicare la scienza con vari mezzi, incluso il teatro.

Art&Science Across Italy: un ponte tra Arte e Scienza per la formazione dei Giovani

Emanuela Lo Conte *Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sez. di Lecce, Lecce, Italy*

Il progetto *Art&Science Across Italy*, promosso dall'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN) in collaborazione con il CERN di Ginevra, ha l'obiettivo di avvicinare i giovani alle discipline scientifiche attraverso un percorso educativo innovativo che integra l'arte. Questo articolo approfondisce gli obiettivi, la metodologia e i risultati del progetto, evidenziando il suo impatto positivo sulla formazione dei giovani e il suo potenziale per il futuro dell'educazione.

Più di 7000 studenti hanno intrapreso quest'anno un viaggio dove l'arte incontra la scienza, trasformando l'apprendimento in un'avventura fatta di creatività e scoperta.

È proprio questo l'obiettivo del progetto *Art&Science Across Italy*, dimostrare come arte e scienza abbiano numerosi punti in comune, anche se sembra appartengano a due mondi opposti. Nel senso comune, infatti, la scienza evoca un senso di rigore, certezza e sicurezza, necessita di studio e fatica per il raggiungimento di un risultato. L'arte viene invece associata all'espressione dell'interiorità, delle emozioni e della creatività. Tuttavia, condividono la medesima passione per la scoperta e la comprensione della realtà; la sostanziale differenza sta nei linguaggi utilizzati per esplorare il mondo che ci circonda.

L'INFN e il CERN, da anni impegnati nel superamento di barriere disciplinari, offrono agli studenti un'opportunità preziosa per sviluppare una visione olistica del mondo. Attraverso attività che fondono l'analisi scientifica con l'espressione artistica, i ragazzi imparano a pensare in modo critico e flessibile, a comunicare in modo efficace e a collaborare proficuamente.

Radici e visione di *Art&Science Across Italy*: storia e contesto

Art&Science Across Italy è un progetto biennale, finanziato anche dalla Comunità Europea e dal MUR, che vede il coinvolgimento di studentesse e studenti provenienti da scuole secondarie di secondo grado di tutta Italia. Scaturisce principalmente da un discorso su come si possano condividere conoscenze e interessi, con un'attenzione particolare alla qualità della conoscenza stessa. Questa prospettiva va oltre il campo delle arti visive e si concentra sull'esplorazione di ogni forma d'arte come mezzo per comprendere e rappresentare aspetti della realtà che sono altrimenti invisibili e che costituiscono l'oggetto della ricerca scientifica. Obiettivo è avvicinare gli studenti alle scienze stimolando il loro interesse e migliorando le loro competenze attraverso un approccio interdisciplinare alla conoscenza.

Figura 1: Lezione di Archeometria a Ferrara. https://www.facebook.com/artandscienceacrossitaly/posts/

Il progetto nasce nel 2015 da una proposta di tre ricercatori: Pierluigi Paolucci (INFN di Napoli), Angelos Alexopoulos (CERN) e Michael Hoch (Università di Vienna). Oggi coinvolge più di 130 ricercatori ed esperti in comunicazione scientifica che coordinano l'intero progetto a livello locale e nazionale, creando un collegamento tra le diverse edizioni. È composto da un Comitato Scientifico che ne definisce linee guida, obiettivi, modalità e strumenti e da un Comitato di Coordinamento, responsabile di organizzazione ed esecuzione di tutte le fasi.

Alla prima edizione, quella del biennio 2016-2018 hanno partecipato solo cinque sezioni e poco meno di 3000 studenti. All'ultima, quella del biennio 2022-2024 hanno partecipato più di 7000 studenti provenienti da 194 scuole italiane. Le studentesse e gli studenti del II, III e IV anno delle scuole secondarie di secondo grado hanno realizzato oltre 1300 opere esposte prima nelle 19 edizioni locali poi, le vincitrici di ogni edizione locale, nella mostra nazionale al Museo Archeologico Nazionale di Napoli.

Il progetto *Art&Science Across Italy* si sviluppa su un arco di due anni scolastici e si articola in tre fasi distinte.

Nella prima, ovvero la fase formativa, gli studenti vengono introdotti ai concetti chiave della fisica delle particelle e al profondo legame che unisce arte e scienza. Seminari tenuti da ricercatori dell'INFN e del CERN gettano le basi per una comprensione profonda di questi ambiti apparentemente contrastanti. Inoltre, esperienze immersive come visite a laboratori, musei, viaggi d'istruzione e proiezioni di film e documentari arricchiscono ulteriormente la loro formazione. Il primo anno si conclude con un'entusiasmante gara finale, "Il campionato di creatività". Questo campionato si sviluppa in quattro sfide, per preparare gli studenti alla seconda fase che si tiene l'anno successivo. Rappresenta la prima occasione per allenare la creatività e sintetizzare concetti scientifici usando il linguaggio comunicativo dell'arte attraverso strumenti audiovisivi e multimediali (fotografie, brevi video, realizzazione di *meme*).

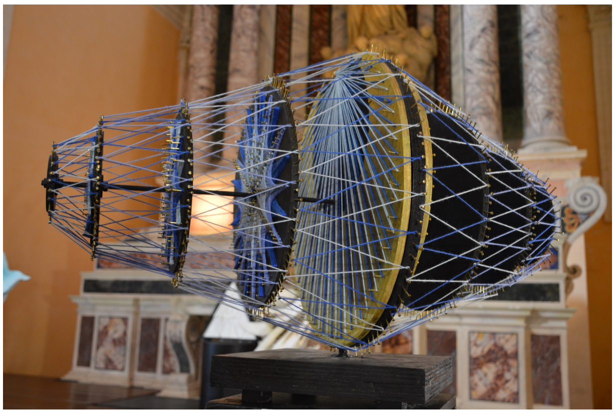


Figura 2: Opera prima classificata nell'edizione di Lecce del 2024: "Il raggio irradiameraviglie".

Durante la seconda fase, fase creativa, prendono parte gruppi di due o tre studenti che progettano e realizzano opere d'arte che rappresentano concetti scientifici, mettendosi in gioco con creatività, passione e originalità, tutto in stretta collaborazione con i docenti di riferimento e sotto la supervisione di scienziati e artisti aderenti al progetto. Infine, le opere realizzate vengono esposte in mostre locali e le prime classificate di ciascuna tappa accedono alla fase nazionale.

La fase espositiva, e dei riconoscimenti, rappresenta il culmine del progetto. Gli studenti vincitori della competizione artistico-scientifica nazionale, che si tiene a Napoli e conclude il progetto, sono scelti da un comitato internazionale di esperti e ricevono l'invito a partecipare a un *master* focalizzato sull'intersezione tra arte e scienza, che si tiene a settembre presso il CERN di Ginevra e in altri laboratori nazionali dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare.

Esplorando l'intersezione tra Arte e Scienza: la mia esperienza

Ho seguito preso parte al progetto durante la fase creativa nell'edizione 2024 di Lecce. A questa edizione leccese hanno partecipato 14 scuole delle province di Taranto, Brindisi e Lecce, con il supporto di istituzioni quali l'Università del Salento, l'Accademia di Belle Arti e il Polo Biblio-Museale di Lecce, dimostrando come la sinergia tra diverse realtà possa generare valore aggiunto e benefici reciproci per tuti i soggetti coinvolti. Hanno aderito circa 300 studenti e studentesse che hanno ideato e realizzato 93 opere, esposte a marzo per due settimane nell'ex Chiesa di San Francesco della Scarpa a Lecce.

L'esposizione è stata inaugurata con una conferenza tenuta dalla responsabile locale e nazionale Gabriella Cataldi (INFN Lecce) alla presenza delle scuole e delle istituzioni. Un momento di grande condivisione e di entusiasmo per un progetto che unisce passione e conoscenza.

Al termine della mostra, una commissione di esperti ha valutato le opere, premiando le sette più significative per contenuto scientifico, originalità e impatto artistico. Queste opere hanno poi composto la mostra nazionale inaugurata il 3 maggio a Napoli.

Durante la premiazione nazionale due gruppi autori di opere vincitrici nell'edizione leccese, si sono aggiudicati sei delle quarantacinque borse di studio per partecipare al *master* presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso dell'INFN e al CERN di Ginevra che si terrà tra giugno e settembre 2024.

Ho collaborato nell'organizzazione e realizzazione della mostra locale dal momento dell'ideazione, sino a quello di attuazione con l'allestimento e successivo disallestimento, concludendo con la realizzazione del catalogo della mostra e valutazione dell'impatto che questa ha avuto sul territorio e sulla formazione degli studenti e delle studentesse.

Non avendo una formazione culturale STEM, bensì di tipo economico-sociale, ho osservato il progetto dal punto di vista del fruitore a cui esso è indirizzato, prospettiva che mi ha permesso di comprendere come le discipline umanistiche possano interagire e influenzare altri settori. Attraverso le discussioni e le riflessioni collettive ho apprezzato come il coinvolgimento attivo in un progetto sia un eccellente metodo per veicolare concetti distanti dal tipo di studi scelto dagli studenti. Questo ha permesso di creare un ponte tra la scienza e il pubblico, rendendo facilmente fruibili concetti scientifici complessi.

Ho osservato come l'arte e la creatività possano rendere accessibili e comprensibili concetti scientifici complessi. È stato incredibile vedere come gli studenti, attraverso il loro impegno e la loro inventiva, siano riusciti a trasformare idee astratte in forme tangibili e più facilmente fruibili, creando un ponte tra la scienza e il pubblico.

Le installazioni artistiche hanno suscitato curiosità e riflessione negli studenti e nell'eterogeneo pubblico che ha visitato la mostra. Questo sottolinea ancora una volta l'importanza di utilizzare approcci innovativi per avvicinare le persone alla scienza e promuovere una cultura scientifica più inclusiva.

Le interazioni tra giovani artisti e ricercatori dell'INFN ha permesso di approfondire sfide e opportunità nella comunicazione scientifica, evidenziando anche le molteplici possibilità di viluppo delle discipline scientifiche e umanistico-artistiche mediante approcci innovativi ed esperienze nuove.

Promuovere un Futuro Interdisciplinare. Conclusioni e Implicazioni di *Art&Science Across Italy*

Art&Science Across Italy ha raggiunto risultati significativi in termini di partecipazione, dimostrando un grande impegno da parte di scuole,

Figura 3: Edizione 2024 di Lecce, allestita nella ex Chiesa di San Francesco della Scarpa.

studenti e istituzioni. Quest'anno, l'interesse per la competizione è cresciuto enormemente, alimentando un nuovo fervore attorno all'iniziativa e aprendo nuove opportunità di crescita e collaborazione per il futuro.

Ha avuto un impatto significativo sugli studenti che hanno partecipato presentando le loro opere, in quanto è stata un'esperienza che ha permesso di sviluppare una comprensione più profonda dei concetti scientifici, riuscendo a collegare teoria e pratica in modo efficace. Allo stesso tempo, l'aspetto artistico del progetto ha dato modo di esprimere la propria creatività, favorendo un apprendimento più coinvolgente e stimolante. Inoltre, il dover mettersi in gioco in prima persona, lavorare sulle opere d'arte in gruppo e l'esposizione di queste, ha portato all'interazione con altri coetanei, docenti e ricercatori e al mettersi in gioco in un campo nuovo.

L'integrazione di arte e scienza si è rivelata una strategia vincente non solo per l'acquisizione di conoscenze scientifiche, ma anche per lo sviluppo di un atteggiamento positivo verso la scienza. Questa metodologia ha permesso agli studenti di vedere la scienza non solo come una serie di nozioni da imparare, ma come un campo dinamico e creativo che si collega alla loro vita quotidiana e alle loro esperienze personali. L'arte ha infatti il potere di evocare emozioni e favorire l'empatia, permettendo di comprendere e apprezzare diverse prospettive culturali. La scienza, d'altra parte, fornisce una comprensione delle leggi naturali e dei fenomeni universali. Un'educazione che integra queste discipline può aiutare gli studenti a vedere il mondo in modo più olistico e a sviluppare una maggiore empatia verso gli altri e la natura. Inoltre, più in generale, può favorire un ambiente propizio all'innovazione e alla creatività, migliorando la comprensione pubblica della scienza e promuovendo politiche culturali e scientifiche più inclusive.

Ancora, rispettando gli obiettivi del percorso per le competenze trasversali e l'orientamento (PCTO) il progetto ha avuto un impatto positivo sullo sviluppo di *soft-skills* negli studenti. Attraverso le attività proposte, hanno migliorato le loro capacità di lavorare in gruppo, di comunicare efficacemente e pensare in modo critico. Hanno imparato a collaborare, a risolvere problemi in modo creativo e a comunicare idee complesse in modi nuovi. Competenze che sono fondamentali per il loro futuro sia accademico che professionale, rendendo il progetto non solo un successo in termini educativi immediati, ma anche un investimento prezioso per lo sviluppo a lungo termine.

[1] *Art&Science Across Italy*
https://artandscience.infn.it/

Emanuela Lo Conte: è laureata magistrale in Studi Geopolitici e Internazionali presso l'Università del Salento. Attualmente svolge un tirocinio extracurriculare presso l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare-Sezione di Lecce finanziato dalla Regione Puglia nell'ambito del programma PRO3 (Convenzione n. 41/2023 Prog. 61).

Un matematico errante del basso Medioevo: Leonardo Pisano (*il Fibonacci*)

Vincenzo Flaminio *INFN, Sez. di Lecce*

Si è tenuta a Pisa, dal 23 al 26 Novembre 2023, una serie di iniziative per ricordare un grande matematico, Leonardo Pisano, noto come "il Fibonacci". In una precedente celebrazione (20-23 Novembre 2020) era stata rievocata, sempre a Pisa, la figura di Fibonacci nell'850-mo anniversario della nascita. Nella celebrazione del 2023 sono stati rievocati molti eventi e connessioni tra la matematica di Leonardo Pisano e le attività di numerosi artisti e scienziati. Nel campo musicale sono stati ricordate le connessioni tra Lucio Battisti e la matematica di Fibonacci. Nel campo della matematica, la figura di Leonardo Pisano è stata rievocata dal Prof. Franco Ghione, Ordinario di Matematica presso l'Università di Roma "Tor Vergata". Il Prof. Ghione ha tenuto un seminario dal titolo: "La matematica che trasformò il mondo: il *liber abaci* di Leonardo Pisano". Mi propongo in questo scritto, di riassumere alcuni dati sulla vita e su alcuni degli importanti contributi che Fibonacci ha dato allo sviluppo della matematica in Europa. Mi limiterò a pochi aspetti della sua opera, visto che esiste, sulle opere di Fibonacci, una impressionante mole di libri, scritti e documenti, sopratutto in Europa e Stati Uniti. In tempi recenti un film-documentario è inoltre stato girato in Italia [1]. Lo scopo di questo scritto non è, né potrebbe essere, un compendio delle opere di Fibonacci, è molto più limitato e modesto. È quello di richiamare l'attenzione sulle opere di Fibonacci e sulla teoria dei numeri, di cui è stato un grande precursore. La bibliografia che ho via via menzionato potrebbe essere d'aiuto.

Introduzione

Il nome francese per la candela è Bougie. L'origine del nome viene dal nordafrica, più precisamente dall'Algeria. Quella che in Francia si chiama Bugie (Bejaia in Algeria, Bugia in Italia, Saldae in Latino) è una graziosa città che ha oggi

Figura 1: Statua di Fibonacci nel camposanto monumentale di Pisa.

Figura 2: Fibonacci ai suoi tempi. Disegno tratto dall'opera I benefattori dell'umanità; vol. VI, Firenze, Ducci, 1850.

circa 160.000 abitanti. È situata in Algeria, circa 180 kilometri ad est di Algeri. È un notevole polo industriale, con un porto che rappresenta un'importante scalo petrolifero e commerciale sul Mar Mediterraneo. La città è dotata di un aeroporto internazionale e di una importante Università. Nel medioevo era anche conosciuta per la produzione di candele fatte di cera d'api (da cui il nome). Altre attività industriali presenti a quei tempi a Bejaia erano quelle delle pelli, delle pellicce e dei filati. Aveva una popolazione di alcune decine di migliaia di abitanti nel basso medioevo. Sopratutto Arabi Andalusi e Berberi Cabili.

Non si sa molto circa la vita di Fibonacci, al di là dei pochi fatti descritti nelle sue opere matematiche [2].

Quando era ancora ragazzo suo padre Guglielmo, un mercante pisano, fu nominato rappresentante dei Pisani (forse oggi diremmo Addetto Commerciale) [1] presso la comunità dei mercanti Pisani nel porto nordafricano di Bugia. Testimonianza dell'attività della comunità Pisana in Algeria nel medioevo è la presenza in quell'area di quella che è nota come "Isola dei Pisani".

Figura 3: Isola dei Pisani. L'isola dei Pisani è un'isola algerina che si trova davanti all'abitato di Boulimat nel territorio comunale di Bejaia.

Fibonacci (nome da alcuni inteso come: Filius Bonaccii, da cui il nome Fibonacci) visse con suo padre in Algeria e fu mandato a studiare matematica presso un professore arabo. Il padre avrebbe voluto che Leonardo divenisse un mercante. A tale scopo ritenne opportuno che il figlio si impratichisse con le tecniche di calcolo che erano adoperate nei paesi con cui eran soliti commerciare. Fu quindi incoraggiato a viaggiare in Egitto, in Siria, in Grecia, in Sicilia ed in Provenza, dove apprese diversi sistemi numerici e metodi di calcolo. Queste esperienze lo aiutaro-

[1] Guglielmo era *"publicus scriba pro pisanis mercatoribus"*.

no nella sua formazione matematica e nel calcolo commerciale. [2]

Fibonacci constatò abbastanza presto che il sistema numerico Indo-Arabo offriva molti vantaggi, visto che era adoperato dalla grande maggioranza dei mercanti che incontrò nel corso dei suoi viaggi d'affari. Va detto che in realtà il sistema numerico indo-arabo era già noto nella Spagna dell'ottavo secolo, anche se poco adoperato.[3] In un manoscritto del 976, copia di un precedente documento, effettuata dal monaco Vigila, costui scrive:

> "Dobbiamo sapere che gli indiani hanno un ingegno sottilissimo e superano tutti gli altri popoli nell'aritmetica, nella geometria e nelle altre arti liberali. Ciò emerge chiaramente nelle nove cifre di cui si servono per indicare gli altri numeri, di qualunque ordine e grandezza . . . ".

È forse opportuno chiarire che il sistema Indo-Arabo era in realtà nato nei paesi della regione del fiume Indo [4]. Và in particolare ricordato il matematico Aryabhata. Costui introdusse nel 499 la funzione senoverso (Lat. "sinus versus" il senoverso di α altro non è che 1-cosα). [5]

Aryabhata compilò le prime tavole trigonometriche, illustrò i metodi di calcolo di aree e volumi ed introdusse la notazione posizionale decimale. Diede inoltre importanti contributi allo sviluppo dell'astronomia.

Leonardo studiò i classici di matematica noti all'epoca, tra i quali i Greci Diofanto ed Euclide [6]. Tornò a Pisa attorno al 1200. Qui si occupò esclusivamente di problemi matematici e geometrici, che lo tennero impegnato per i successivi 25 anni. Morì probabilmente ad un'età compresa tra i 70 e gli 80 anni.

[2]Notiamo che si era in un'epoca in cui la civiltà Araba e quella Ebraica erano diffusissime nell'Europa meridionale, sopratutto in Spagna e Sicilia

[3]Un primo tentativo (che non riscosse grande successo) di introdurre in Europa il sistema Indo-Arabo era stato effettuato in Spagna da Gerbert d'Aurillac (poi divenuto Papa Silvestro II) nel 976-980

[4]La "Civiltà della valle dell'Indo" è stata una delle culle della civiltà, della scrittura e della rivoluzione urbana.

[5]Il senoverso caratterizza la linearità di un segmento.

[6]Entrambi greci, ed entrambi vissuti in Egitto, a secoli di distanza.

Il suo primo libro sull'argomento [7] fu il suo "*Liber Abaci*" [8] pubblicato nel 1202, quando aveva circa trentadue anni. In questo testo, oltre a diffondere il sistema di numerazione Indo-Araba e l'algebra diffusa in quei paesi, presentò la serie[9] numerica che oggi porta il suo nome, appunto la "serie di Fibonacci" su cui torneremo.

Val la pena di riportare ciò che Fibonacci scrive della propria vita e del proprio libro [5, 6].

> "Quando mio padre fu nominato dalla patria pubblico scrivano nella dogana di Bugia per tutelare gli interessi dei mercanti pisani che vi affluivano, mi fece andare da lui, durante la mia fanciullezza, valutando l'utilità e il vantaggio futuro, e volle che mi fermassi lì per qualche tempo, per essere istruito nello studio dell'abbaco. Qui, introdotto nell'arte da uno straordinario insegnamento basato sulle nove figure degli Indiani, mi piacque sopra ogni altra cosa la conoscenza dell'arte e tanto compresi a suo riguardo che imparai con grande impegno e attraverso il contraddittorio delle dispute qualunque cosa si studiasse di essa, in Egitto, Siria, Grecia, Sicilia e Provenza con i loro diversi modi e luoghi di commercio in cui successivamente io mi recai spesso per affari. Ma io considerai addirittura tutto questo sapere e anche l'algoritmo e gli archi di Pitagora quasi un errore rispetto al metodo degli Indiani. Quindi abbracciando in modo più stretto il metodo stesso degli Indiani e studiandolo più attentamente, aggiungendo in esso alcuni concetti in senso più specifico e inserendo anche alcune delle sottigliez-

[7]La prima versione del libro è purtroppo andata perduta. Si sa di una versione rivista e pubblicata nel 1228 da Fibonacci medesimo. Probabilmente perduta anch'essa; vedasi la referenza [3].

[8]Che in alcuni libri viene scritto con la doppia b: Abbaco. Notiamo che il titolo può indurre in errore: non si tratta di un manuale di istruzioni per l'uso dello strumento Abaco, ma di un libro che insegna a "far di conto".

[9]Si allude spesso alla serie di Fibonacci come una successione. In matematica una successione è una sequenza di termini numerici a_k. La serie è la sequenza delle somme parziali s_k di una successione numerica [4]. In questo scritto parlerò sempre di serie o sequenza di Fibonacci. Anche se molti non saranno del medesimo parere!

ze della geometria di Euclide, mi sono sforzato di comporre la totalità di questo libro, distinta in quindici capitoli, nel modo più comprensibile possibile, dimostrando quasi tutto ciò che ho inserito con prove certe, affinché possano essere istruiti in questa scienza, con un metodo perfetto al di sopra di tutti gli altri, coloro che lo desiderano, e la gente latina d'altra parte, come accaduto finora, non vi si trovi del tutto esclusa. Se per caso ho inserito qualcosa meno o più del giusto o del necessario, vi prego di essere indulgenti con me, poiché non vi è alcuno che sia privo di difetti e che sia cauto in tutto, sotto ogni aspetto."

La Repubblica di Pisa gli assegnò un vitalizio che gli permise di dedicarsi completamente ai suoi studi.

Val la pena menzionare una circostanza mai completamente chiarita: nella lettera in cui la Repubblica di Pisa gli attribuisce il vitalizio, Fibonacci viene menzionato con il nome di "Bigollo". Probabilmente questo era il nome che gli veniva comunemente attribuito (in cui egli stesso si riconosceva), ad indicare colui che viaggiava di continuo. Un bighellone, diremmo oggi!

> "Considerando l'onore e il profitto della nostra città e dei cittadini, che derivano loro dalla dottrina e dai diligenti servigi del discreto e sapiente maestro Leonardo Bigollo nelle stime e ragioni d'abaco necessarie alla città e ai suoi funzionari e in altre cose quando occorre, deliberiamo col presente atto che allo stesso Leonardo, per la sua dedizione e scienza e in ricoimpensa del lavoro che sostiene per studiare e determinare le stime e le ragioni sopraddette, vengano assegnate dal comune e dal tesoro pubblico venti lire a titolo di mercede o salario annuo, oltre ai consueti benefici, e che inoltre lo stesso [Leonardo] serva come al solito il comune pisano e i suoi funzionari nelle pratiche d'abaco." [7].

Non deve sorprendere l'importanza, in quegli anni, degli scambi commerciali e culturali tra l'Italia ed il Nordafrica. Si parla di un periodo che precedette di un paio di secoli la scoperta, da parte di Colombo, dell'America. Notiamo per inciso che il fiorentino Amerigo Vespucci (che già nel 1489 conobbe in Spagna il Genovese Cristoforo Colombo, di cui fu grande ammiratore) fu il primo a rendersi conto che le terre scoperte da Colombo appartenevano ad un nuovo continente. Si viveva in un periodo quindi, in cui il Mediterraneo era ancora il centro del mondo, in particolare l'Italia, con le sue repubbliche marinare di Amalfi, Pisa, Genova e Venezia.[10] Di un periodo anche in cui la civiltà e la cultura araba era penetrata ed aveva fortemente influenzato la Spagna ed il meridione dell'Italia (la Sicilia in particolare).

È dovuta a Fibonacci l'introduzione in Europa del sistema di numerazione decimale [11] (con l'utilizzo dello zero, fondamentale in seguito per lo sviluppo di sistemi numerici quali quelli oggi adoperati nei computer: sistema ottale, binario ...). Sistema adoperato, come egli stesso ammise, dagli Indiani prima ancora che dagli Arabi.

Va detto che il sistema Indo-Arabo introdotto da Fibonacci faticò molto ad essere accettato, al punto che nel 1280-90 la città di Firenze ne proibì l'uso, visto che nel mondo bancario molti raggiravano i clienti modificando lo 0 in 8 o 9. Nello "Statuto dell'arte del cambio", pubblicato a Firenze nel 1299 si vietava ai mercanti di tenere i loro registri "in Abbaco" e si prescriveva l'uso delle cifre Romane o addirittura la scrittura per esteso dei nomi dei numeri. Fu soltanto dopo il 1400 che, in particolare sotto la famiglia dei Medici, la numerazione con caratteri romani venne definitivamente abbandonata. Resistenze perdurarono però nell'Europa del Nord fino a dopo il secolo sedicesimo.

In realtà, le motivazioni per queste resistenze furono molteplici. Una di queste consistette certamente nella difficoltà pratica di sostituire l'abaco (strumento meccanico) con i numeri scritti su carta, data la scarsità della carta in Italia (a differenza della maggiore disponibilità a quei tempi nel mondo arabo). La seconda fu legata

[10] Il declino della repubblica pisana iniziò poi nel 1284 con la sconfitta subita da Pisa nella battaglia della Meloria, ad opera dei Genovesi. Si concluse poi, dopo varie vissitudini, attorno al 1400 con la cessione della città alla Repubblica Fiorentina

[11] Anche noto come sistema posizionale.

alla rapidità con cui i commercianti erano ormai abituati ad adoperare l'abaco.

Nel primo capitolo del suo "*Liber abaci*", a volte scritto con la doppia b, Leonardo scrive:

> "Le nove cifre degli indiani sono queste: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Con tali nove figure, e con lo 0, che gli arabi chiamano "zefiro" qualsiasi numero può essere scritto come sarà dimostrato più avanti."

Oltre al famoso "*Liber Abaci*", Fibonacci pubblicò il "*Liber Quadratorum*", la "*Practica Geometriae*" e "*Flos*". Egli si occupò quindi anche di problemi di geometria [8]).

Fibonacci è oggi considerato uno dei più grandi matematici mai esistiti (si veda ad esempio [9]). Notizie dettagliate sulla sua opera possono essere ottenute consultando l'ottimo volume di Pier Daniele Napolitani [10].

Negli Stati Uniti è pubblicata da diversi anni una rivista a lui intitolata [11].

Ha contribuito, insieme ad altri, alla rinascita delle scienze esatte dopo la decadenza che si era avuta nell'Alto Medioevo. Contribuì all'unione fra i procedimenti della Geometria Greca Euclidea e gli strumenti matematici di calcolo elaborati dalla Scienza Islamica.

È utile aggiungere un paio di commenti riguardanti il sistema di mumerazione Indo-Arabo introdotto da Fibonacci in Europa. Il primo è il seguente: Fibonacci, come gli arabi, scriveva i numeri partendo dalla destra, spostandosi poi verso sinistra. Facciamo un esempio: Il numero 71.5779463519 veniva scritto come segue:

$$\frac{9153649775}{10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10}\cdot 17$$

Per completezza, va detto che nella maggior parte dei casi i numeri e le frazioni venivano espressi a parole e non scritti. Ad esempio, la frazione $\frac{29}{30}$ pari a $\frac{1}{2\times 3\times 5}+\frac{2}{3\times 5}+\frac{4}{5}$ sarebbe stata scritta come: "quattro quinti e due terzi di un quinto e la metà di un terzo di un quinto".

Il numero π (3.14159) sarebbe scritto come:

$$\frac{9}{10}\frac{5}{10}\frac{1}{10}\frac{4}{10}\frac{1}{10}3$$

Il secondo è l'uso del punto decimale, che a quei tempi non era conosciuto (né fu adoperato da Fibonacci). Questo fu introdotto da un'altro Italiano, il mercante e matematico Veneziano Giovanni Bianchini, attorno alla metà del 1400. Bianchini, dopo la sua esperienza di mercante, divenne amministratore della famiglia d'Este presso il Ducato di Ferrara [12].

Val la pena menzionare che molti dati storici sulla diffusione dall'algebra e della geometria fino al cinquecento sono reperibili nella referenza [13].

Leonardo Fibonacci e FedericoII

Alessandro Fibonacci è vissuto all'ncirca tra il 1170 ed il 1242, quindi gli anni della sua vita coincisero approssimativamente con quelli in cui visse Federico II (1194-1250)[12].

Tra gli scienziati vicini a Federico II va ricordato Michele Scoto (o Scotto)[13]. Scoto fu un grande Maestro, traduttore arabo-latino, filosofo, enciclopedista, astrologo, scienziato. Era nato intorno al 1190; forse discendente della famiglia degli Scott di Balwearie. Fu attivo a Toledo, Parigi, Roma, Bologna, Salerno, Melfi, Palermo.

Ciò permette di cogliere il significato del progetto scientifico federiciano. Federico, dal principio della "corte itinerante" sviluppò l'idea di una rete di relazioni culturali mediterranee, nonché tra l'Europa ed il Vicino Oriente.

[12]Federico II, che passò alla storia come *stupor mundi* nacque a Jesi, nelle Marche nel 1194. Fu l'unico figlio di Enrico VI Hohenstaufen (1165-1197), Re di Germania e poi Imperatore (dal 1191 al 1197), e di Costanza d'Altavilla (1154-1198) a sua volta figlia di RuggeroII il Normanno. Suo nonno era il leggendario Federico Barbarossa. Si racconta che il parto di Costanza (mentre era in viaggio dalla Germania verso la Sicilia) avvenisse in pubblico, nella piazza di Jesi. Ciò per dissipare ogni dubbio sulla reale maternità, visto che Costanza aveva già quarant'anni. Federico fu un grande estimatore delle arti e delle scienze. Nel periodo 1230-1250 fondò la famosa "scuola siciliana". Questa fu un centro culturale di grande importanza nel Mediterraneo. Federico ebbe relazioni e scambi culturali con il sultano al-Kamil ed il mondo arabo. I rapporti tra Federico ed il papato furono molto conflittuali. Subì la scomunica papale ben tre volte, da pontefici diversi: Onorio III (che peraltro morì prima che la scomunica fosse implementata) poi da Gregorio IX e da Innocenzo IV.

[13]Michele Scoto fu menzionato nel capitolo XX dell'Inferno di Dante, che scrive: "Quell'altro che ne' fianchi è così poco, Michele Scotto fu, che veramente delle magiche frode seppe il giuoco"

Figura 4: Busto di Federico II di Svevia.

Quando Fibonacci ritornò in Italia, la sua notorietà giunse alla corte dell'Imperatore. Federico fu molto interessato al suo "*Liber abaci*".

Il matematico e l'Imperatore si incontrarono una prima volta a Pisa, presumibilmente nell'estate del 1226. In quella occasione, un membro dell'*entourage* di Federico, Giovanni da Palermo, propose a Fibonacci una serie di problemi, tre dei quali poi Fibonacci riassunse nei suoi libri. Fibonacci, nella sua dedica a Federico del "*Liber quadratorum*" scriveva [10]:

> "Quando maestro Domenico, a Pisa, mi condusse a presentarmi ai piedi di Vostra Altezza, Principe Gloriosissimo Signore Federico, mi si presentò maestro Giovanni da Palermo proponendomi il seguente problema . . . trovare un numero quadrato tale che, sommandogli o sottraendogli 5, si ottenga sempre un numero quadrato . . . Recentemente poi, dai racconti che giravano per Pisa e da quelli che ritornavano dalla Curia Imperiale ho inteso che la Vostra Altezza e Maestà si degna di leggere il libro che ho composto sul numero [il Liber Abaci], e che talvolta piace a Voi ascoltare sottigliezze riguardanti la geometria e l'aritmetica."

È accertata una continua corrispondenza scientifica tra Federico II e Fibonacci. L'imperatore lesse e comprese gli scritti di Fibonacci e gli sottopose nuovi quesiti, ricevendo dettagliate risposte riguardanti la teoria delle frazioni. Nel "*Liber Quadratorum*" [14] dedicato a Federico, vennero affrontate questioni riguardanti le equazioni indeterminate di secondo grado. Corrispondenza vi fu anche tra Fibonacci e Michele Scoto. Fibonacci scrive:

> "Mio signore e maestro, sommo filosofo, Michael Scottus mi avete scritto di copiare per voi il libro sul numero che ho scritto tempo fa, per cui, assecondando la vostra richiesta, esaminandolo con accuratezza, l'ho corretto in vostro onore e per renderlo utile a molti altri. Durante la correzione ho aggiunto qualcosa di necessario e tagliato qualcosa di superfluo. In esso ho reso nota l'intera dottrina dei numeri secondo il metodo Indiano, metodo che ho scelto come il più efficiente in questa scienza."

Il *Liber Abaci*

La prima parte del libro [15] (capitoli da 1 a 7) è dedicata all'insegnamento di quella che oggi chiameremmo aritmetica elementare. Fibonacci ha in mente le applicazioni dei vari metodi di calcolo nel campo del commercio. Ad esempio introduce una tabella esplicativa relativa all'addizione e moltiplicazione dei numeri.

Nel primo capitolo scrive:

> "Un numero è una somma di unità, o una collezione di unità, ed attraverso la loro somma i numeri aumentano passo dopo passo, senza fine. Dapprima si compone a partire dall'unità quei numeri che vanno da uno a dieci. Poi

[14] Questo libro è considerato il vero capolavoro di Fibonacci. Esso pone Fibonacci come colui che più contribuì alla teoria dei numeri nei secoli intercorsi tra Diofanto (vissuto ad Alessandria verso il 250 d.C.) ed il matematico Pierre de Fermat (17-mo secolo)

[15] Il primo capitolo contiene la dedica a Michele Scoto.

a partire dalle decine quei numeri che vanno da dieci a cento . . ..

Discute poi alcuni casi semplici di somma di numeri. Da notare che, anche se le operazioni di somma sono poi descritte nel terzo capitolo, Leonardo le anticipa brevemente qui, poichè dovrà farne uso nel secondo capitolo, dove spiegherà i dettagli dell'operazione di moltiplicazione.

Il secondo capitolo è poi dedicato al metodo di effettuare moltiplicazioni. Distinguendo i casi in cui si voglia moltiplicare "una figura con molte" (il nostro adopera il termine "figure" per le "cifre") o "più figure per più figure" (ad esempio 2345 per 6789).

Nel terzo capitolo passa all'addizione di numeri interi "non importa quanti". Qui parla di mettere i numeri da sommare in righe, una sotto l'altra, per poi sommare le cifre, a cominciare da quelle più a destra, in verso ascendente, scrivendo le cifre meno significative e "tenendo in mano" quelle più significative... Nel far ciò, spiega come effettuare il controllo del risultato, con quella che chiama "la prova del nove".

Passa poi nel quarto capitolo alla "sottrazione di numeri minori da numeri maggiori", senza trascurare, anche in questo caso, le procedure di controllo del risultato. Ad esempio scrive:

> ". . . se si vuol sottrarre 92 da 380, allora il 92 è scritto sotto il 280 e, poichè è impossibile sottrarre il 2 dallo 0, allo stesso zero viene aggiunto 10; da questo 10 viene sottratto il 2 che è il numero inferiore; rimane un 8, che si mette da parte, e dal 10 aggiunto si tiene da parte la cifra 1, che viene aggiunta al 9; rimane un 10 che verrà sottratto dall'8, se possibile; ma ciò è impossibile . . ."

Il capitolo quinto è poi dedicato alla divisione di numeri interi. A cominciare dalla regola sulla divisione di numeri interi per numeri di primo grado (ad esempio, divisione di 365 per 2), per passare poi alla divisione per numeri con due o più cifre (ad esempio: 12352 per 11). Sempre dando indicazioni su come procedere nella pratica, ad esempio sulla divisione "dei numeri in memoria e in mano . . ." sulla "divisione di numeri incomposti di secondo grado" (il nostro chiama numeri incomposti o anche irregolari i numeri primi "per i quali nessun numero più piccolo esiste che ne sia fattore, eccetto l'unità. Numeri che gli Arabi chiamano "hasam", ed i Greci "lineari"). Aggiunge sempre considerazioni su come effettuare il controllo del risultato (che chiama "prova del nove"). Fa l'esempio della divisione di 13976 per 23, spiegando poi come effettuare la verifica del risultato, mediante la "prova del 9".

Passa poi nel sesto capitolo alla moltiplicazione di "numeri interi con frazioni". Ad esempio "11 e un mezzo per 22 e un terzo". O casi ancora più complicati, come "moltiplicare 17 e cinque ottavi e mezzo ottavo e due noni e un quinto di un nono per 28 e quattro undicesimi e tre ottavi di un undicesimo e un quinto e due quinti di un quinto". Nella settima parte del sesto capitolo passa alla "moltiplicazione dei numeri e delle frazioni la cui linea di frazione termina con un cerchio" [16]

Nel capitolo 7 discute della somma, la sottrazione e la divisione degli interi con frazioni e la riduzione delle parti di numeri in parti singole. Ad esempio: *La sottrazione di 5/6 di 14 da 2/9 di 231*

Nel capitolo 8 il nostro tratta della ricerca del valore di mercanzie con quello che lui chiama "il Metodo Principale". Esempio: lo scambio tra Once Palermitane e Valuta Pisana. Da questo capitolo si capisce l'enorme varietà di valute diverse che erano in uso nei vari posti del Mediterraneo all'epoca: Sterline Pisane, Valuta Messinese, Valuta Fiorentina . . . Genovese . . .. Basti pensare che nel medioevo c'erano in Italia ben ventotto città che battevano moneta, di cui sette nella sola Toscana [3]!

Fibonacci, in questo capitolo, si dilunga in dettagli circa le unità di peso in uso ai suoi tempi nella Repubblica Pisana. Scrive ad esempio:

> "Orbene, un quintale (cantare) pisano è fatto di cento parti, ciascuna della quali è chiamata rotolo, e ciascun rotolo ha 12 once, ciascuna delle quali . . ." [17]

[16] Con il termine "cerchio" intendeva lo zero. Gli indiani avevano in un primo tempo denotato lo spazio vuoto nella notazione posizionale tracciando un cerchio al loro posto. Da questo cerchio sarebbe poi nato l'odierno simbolo dello zero. [3]

[17] Notiamo che il termine "cantare" derivava dal latino medievale "cantarium", a sua volta derivato dall'arabo quintãr.

Nel capitolo 9 tratta degli scambi di mercanzie e simili. Il capitolo è diviso in tre parti. La prima parte è dedicata allo scambio di oggetti comuni; la seconda alla vendita di valuta ottenuta da precedenti scambi; la terza alle regole da seguire nel nutrire i cavalli con grano e della cura quotidiana che occorre averne!

Nel capitolo 10 discute della costituzione di compagnie commerciali e della divisione dei profitti tra i diversi soci, distinguendo i casi di due, tre ... soci.

> "... un certo numero di persone sono membri di una società, possedendo in quote diverse parti della società; ottenendo poi un profitto che intendono dividere tra loro stessi, a seconda delle loro quote di possesso."

Nal capitolo 11 tratta la struttura delle monete (rame, argento...) con percentuali diverse. Nonchè del commercio che se ne può fare. Esempio acquisto di 30 uccelli con 30 denari..

Il capitolo 12 appare uno di quelli con il maggior contenuto matematico (anche uno dei più lunghi). Ad esempio, come sommare una serie di numeri che aumentano ad un determinato tasso (per uno, per due, per tre ...).

Ulteriore esempio: due viaggiatori che si rincorrono ad una velocità crescente. Altro esempio: trovare due numeri di cui i 2/7 del primo è 3/8 dell'altro. Per poi passare al caso di tre numeri. Altro esempio: un leone che cade in un pozzo profondo 50 palmi e riesce a risalire 1/7 di palmo al giorno, per poi scivolare di 1/8 di palmo al giorno. Questo è anche il capitolo in cui discute il famoso problema della moltiplicazione dei conigli; problema da cui nasce la serie di Fibonacci.

In questo capitolo dà anche la definizione di "numero perfetto" come quello per il quale la somma dei fattori dà il numero stesso, come nel caso del numero 6, che ha come fattori i numeri 1, 2, 3. [18]

In questo capitolo pone il problema di quattro uomini con denari. Dove il primo, il secondo ed il terzo hanno 27 denari; il secondo, terzo e quarto hanno 31 denari; il terzo, quarto e primo hanno 34 denari; il quarto, primo e secondo hanno 37 denari: si chiede quanti denari ha ciascuno.

[18] Definizione che è quella usata ancora oggi.

Il capitolo 13 è dedicato al metodo "Elchataym" (derivazione dall'Arabo al-khata'ayn) si intende: metodo della doppia falsa posizione). In questo capitolo discute il notissimo problema delle due torri e gli uccelli, su cui torneremo nel seguito. Val la pena ricordare fin da subito che l'essenza del metodo consiste nel considerare due valori particolari (errati) del valore dell'incognita, effettuare i calcoli necessari per trovare gli errori commessi con l'uso di tali valori, e poi applicare un processo di interpolazione lineare. Il nostro descrive il metodo come "quello attraverso il quale quasi tutti i problemi di Matematica possono essere risolti".

Il successivo capitolo 14 affronta il problema del calcolo di radici quadrate e cubiche, nonchè le operazioni di moltiplicazione, divisione e sottrazione su di esse. Parla poi del trattamento dei binomi ed "apotomi" e delle loro radici. Fibonacci, come gli antichi Greci (ad esempio Euclide) , chiamava "apotome" la differenza tra due grandezze incommensurabili (dove compare un numero irrazionale) come ad esempio $\sqrt{2} - 1$ mentre la somma dei medesimi due termini era detto un "binomio". [19]

Il capitolo 15 (l'ultimo) discute delle regole della geometria e di problemi algebrico-geometrici. In questo capitolo offre una soluzione geometrica al problema delle due torri e gli uccelli, già affrontato nel capitolo 13.

Ciò che si può notare nell'intera opera, è la pressochè totale assenza di formule matematiche. Queste sono sostituite da dettagliate frasi e poche tabelle. Notiamo che ciò era comune nella matematica dell'epoca e continuò ad esserlo per almeno altri quattro secoli.

La notazione algebrica moderna

Fibonacci, come tutti i matematici dell'epoca, adoperava il linguaggio corrente (e le dita!) per descrivere le operazioni matematiche.

L'introduzione di notazioni algebriche sintetiche in grado di rendere gli sviluppi matematici più compatti e facili da seguire, dovette attendere fino al sedicesimo secolo. Ciò fu merito del matematico e politico Francois Viète (1540-1603) conosciuto anche con il suo nome latiniz-

[19] Per gli antichi Greci, i numeri irrazionali come ad esempio $\sqrt{2}$ erano detti "grandezze incommensurabili".

Introduzione all'addizione e alla moltiplicazione dei numeri			
Del due	*Del sette*	60 *e* 60 *fa* 120	*Del cinque*
2 *e* 2 *fa* 4	7 *e* 7 *fa* 14	60 70 130	5 *volte* 5 *fa* 25
2 3 5	7 8 15	60 80 140	5 6 30
2 4 6	7 9 16	60 90 150	5 7 35
2 5 7	7 10 17	70 *e* 70 *fa* 140	5 8 40
2 6 8	*Dell'otto*	70 80 150	5 9 45
2 7 9	8 *e* 8 *fa* 16	70 90 160	5 10 50
2 8 10	8 9 17	80 *e* 80 *fa* 160	*Del sei*
2 9 11	8 10 18	80 90 170	6 *volte* 6 *fa* 36
2 10 12	*Del nove*	90 *e* 90 *fa* 180	6 7 42
Del tre	9 *e* 9 *fa* 18	*Fine delle addizioni*	6 8 48
3 *e* 3 *fa* 6	9 10 19	*Iniziano le*	6 9 64
3 4 7	*Del dieci*	*moltiplicazioni*	6 10 50
3 5 8	10 *e* 10 *fa* 20	*Del due*	*Del sette*
3 6 9	20 *e* 20 *fa* 40	2 *volte* 2 *fa* 4	7 *volte* 7 *fa* 49
3 7 10	20 30 50	2 3 6	7 8 56
3 8 11	20 40 60	2 4 8	7 9 63
3 9 12	20 50 70	2 5 10	7 10 70
3 10 13	20 60 80	2 6 12	*Dell'otto*
Del quattro	20 70 90	2 7 14	8 *volte* 8 *fa* 64
4 *e* 4 *fa* 8	20 80 100	2 8 16	8 9 72
4 5 9	20 90 110	2 9 18	8 10 80
4 6 10	30 *e* 30 *fa* 60	2 10 20	*Del nove*
4 7 11	30 40 70	*Del tre*	9 *volte* 9 *fa* 81
4 8 12	30 50 80	3 *volte* 3 *fa* 9	9 10 90
4 9 13	30 60 90	3 4 12	*Del dieci*
4 10 14	30 70 100	3 5 15	10 *volte* 10 *fa* 100
Del cinque	30 80 110	3 6 18	10 *volte* 20 *fa* 200
5 *e* 5 *fa* 10	30 90 120	3 7 21	*Fine delle*
5 6 11	40 *e* 40 *fa* 80	3 8 24	*moltiplicazioni*
5 7 12	40 50 90	3 9 27	
5 8 13	40 60 100	3 10 30	
5 9 14	40 70 110	*Del quattro*	
5 10 15	40 80 120	4 *volte* 4 *fa* 16	
Del sei	40 90 130	4 5 20	
6 *e* 6 *fa* 12	50 *e* 50 *fa* 100	4 6 24	
6 7 13	50 60 110	4 7 28	
6 8 14	50 70 120	4 8 32	
6 9 15	50 80 130	4 9 36	
6 10 16	50 90 140	4 10 40	

Scrivendo le addizioni e le moltiplicazioni in tabelle, sempre facendo uso delle mani per tenere i numeri, si disimpegna l'utilizzo delle mani per eseguire le addizioni e le moltiplicazioni di numeri.

Figura 5: Introduzione all'addizione e moltiplicazione dei numeri

zato *Franciscus Vieta*. Questi divise la sua attività tra una intensa vita politica e la sua passione per la matematica. Si occupò di aritmetica, algebra, trigonometria e geometria. All'epoca si adoperavano ancora lettere per rappresentare sia le grandezze note che le incognite. Viète introdusse un metodo molto semplice: usò le vocali per rappresentare le quantità incognite nel problema, e consonanti per le quantità note. Tuttavia Viète non adottò nei suoi scritti in modo coerente tale notazione; continuò ad esser legato alla tradizione Medievale [14].

La serie di Fibonacci

Per iniziare, un po' di storia. La sequenza di Fibonacci è una successione di numeri interi, probabilmente scoperta per la prima volta da Fibonacci. Si racconta che sviluppò la prima funzione ricorsiva della storia della matematica, durante un torneo tenutosi a Pisa alla presenza di Federico II.

Gli sfidanti, tutti matematici di fama, erano chiamati a risolvere un problema basato sulla riproduzione dei conigli:

> "Un certo uomo mette una coppia (maschio-femmina) di conigli in un posto circondato su tutti i lati da un muro. Quante coppie di conigli possono essere prodotte da quella coppia in un anno, se si suppone che ogni mese ogni coppia genera una nuova coppia, che dal secondo mese in avanti diventa produttiva?"

La storia racconta che Fibonacci risolse l'enigma talmente in fretta che molti dei partecipanti lo accusarono di aver barato. La risposta, 377, derivava proprio dall'aver compreso di trovarsi di fronte a una sequenza ricorsiva: il numero totale di coppie generate alla fine di ogni mese, capì il matematico, si ottiene sommando il numero delle coppie presenti nei due mesi che lo precedono, e quindi 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, e così via . . .

Una sequenza curiosa, che presenta diverse caratteristiche uniche, di cui probabilmente la più interessante venne scoperta solo diversi secoli dopo, in epoca rinascimentale: la successione di Fibonacci è caratterizzata dal fatto che il rapporto di ogni numero con il precedente, all'aumentare dei numeri, si avvicina sempre più al numero aureo, un rapporto che è alla base dell'omonima sezione ritenuta dalle origini dell'arte occidentale uno standard di armonia, e frequentemente presente anche in natura. Su ciò ritorneremo più avanti.

Il modo adoperato da Fibonacci per introdurre la "serie di Fibonacci" è quello suddetto delle coppie di conigli.

Ammettiamo quindi di porre in una grande gabbia una coppia di conigli (maschio e femmina). Ammettiamo anche che la coppia di conigli e tutte le coppie successivamente generate siano fertili dal secondo mese di vita in poi e che ogni coppia dia vita ad una ed una sola coppia per mese. Ammettiamo anche che le successive coppie generate siano costituite da un maschio ed una femmina e che nessuno dei conigli delle coppie muoia nel corso dell'anno. Ci chiediamo quante coppie di conigli saranno presenti alla fine dell'anno.

Con riferimento alla Figura 6 possiamo seguire l'evoluzione delle coppie di conigli nel tempo. Nel primo mese abbiamo una sola coppia di conigli (ancora non fertile) Nel secondo mese la coppia è ormai fertile e darà luogo nel terzo mese ad una coppia di conigli ancora non fertile. Quindi alla fine del terzo mese abbiamo una coppia di conigli fertile ed una non fertile (per un totale di due coppie). Nel quarto mese la nuova coppia sarà diventata fertile ed avremo quindi un totale di tre coppie di conigli di cui due fertili ed una non fertile. Nel quinto mese una nuova coppia sarà diventata fertile. Avremo quindi un totale di 5 coppie di cui tre fertili e due non fertili. Vedremo così che il numero di coppie presenti è 1 2 3 5 . . .

Proseguendo sarebbe facile verificare che nei mesi successivi avremmo: 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 coppie. 377 sarebbe quindi il numero di coppie presenti nella gabbia dopo un anno.

Questa sequenza, in cui ogni numero è la somma dei due precedenti, è la "serie di Fibonacci", che ora riscriviamo per intero (relativamente al primo anno):

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377

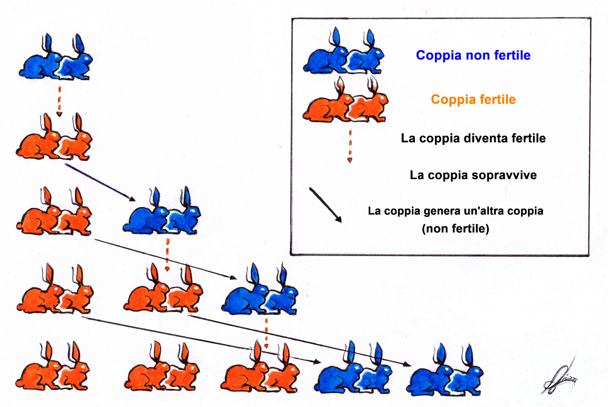
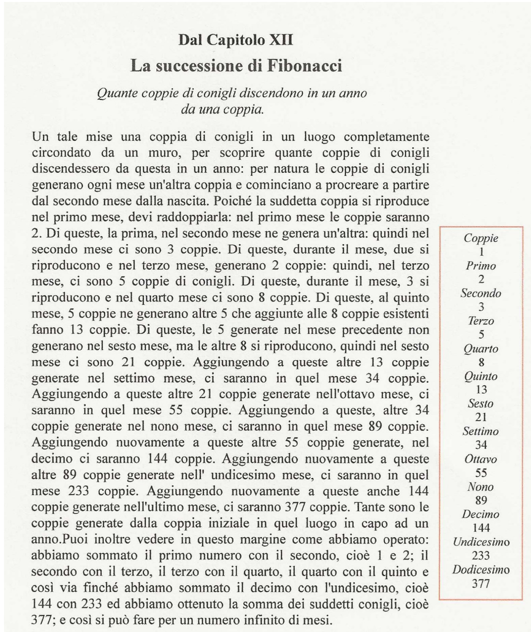


Figura 6: Uno schema che illustra in modo intuitivo la moltiplicazione dei conigli nei primi mesi (a cura di Anna Liuzzi).

Ogni numero della serie di Fibonacci può essere ottenuto tramite la seguente formula ricorsiva:

$$
\begin{aligned}
F_n &= 1 \ se \ n = 1 \\
&= 1 \ se \ n = 2 \\
&= F_{n-1} + F_{n-2} \ se \ n \geq 3 \ .
\end{aligned}
\tag{1}
$$



Dal Capitolo XII

La successione di Fibonacci

Quante coppie di conigli discendono in un anno da una coppia.

Un tale mise una coppia di conigli in un luogo completamente circondato da un muro, per scoprire quante coppie di conigli discendessero da questa in un anno: per natura le coppie di conigli generano ogni mese un'altra coppia e cominciano a procreare a partire dal secondo mese dalla nascita. Poiché la suddetta coppia si riproduce nel primo mese, devi raddoppiarla: nel primo mese le coppie saranno 2. Di queste, la prima, nel secondo mese ne genera un'altra: quindi nel secondo mese ci sono 3 coppie. Di queste, durante il mese, due si riproducono e nel terzo mese, generano 2 coppie: quindi, nel terzo mese, ci sono 5 coppie di conigli. Di queste, durante il mese, 3 si riproducono e nel quarto mese ci sono 8 coppie. Di queste, al quinto mese, 5 coppie ne generano altre 5 che aggiunte alle 8 coppie esistenti fanno 13 coppie. Di queste, le 5 generate nel mese precedente non generano nel sesto mese, ma le altre 8 si riproducono, quindi nel sesto mese ci sono 21 coppie. Aggiungendo a queste altre 13 coppie generate nel settimo mese, ci saranno in quel mese 34 coppie. Aggiungendo a queste altre 21 coppie generate nell'ottavo mese, ci saranno in quel mese 55 coppie. Aggiungendo a queste, altre 34 coppie generate nel nono mese, ci saranno in quel mese 89 coppie. Aggiungendo nuovamente a queste altre 55 coppie generate, nel decimo ci saranno 144 coppie. Aggiungendo nuovamente a queste altre 89 coppie generate nell' undicesimo mese, ci saranno in quel mese 233 coppie. Aggiungendo nuovamente a queste anche 144 coppie generate nell'ultimo mese, ci saranno 377 coppie. Tante sono le coppie generate dalla coppia iniziale in quel luogo in capo ad un anno.Puoi inoltre vedere in questo margine come abbiamo operato: abbiamo sommato il primo numero con il secondo, cioè 1 e 2; il secondo con il terzo, il terzo con il quarto, il quarto con il quinto e così via finché abbiamo sommato il decimo con l'undicesimo, cioè 144 con 233 ed abbiamo ottenuto la somma dei suddetti conigli, cioè 377; e così si può fare per un numero infinito di mesi.

Coppie
1
Primo
2
Secondo
3
Terzo
5
Quarto
8
Quinto
13
Sesto
21
Settimo
34
Ottavo
55
Nono
89
Decimo
144
Undicesimo
233
Dodicesimo
377

Figura 7: Successione di Fibonacci. Come estratta dal capitolo XII del suo "*Liber abaci*" Nella traduzione presente nello scritto di Luciano Ancora. [5].

Notiamo inoltre che due numeri consecutivi della serie sono "coprimi". Inoltre se n è un divisore di m allora F_n divide F_m.

L' ennesimo elemento può poi essere calcolato facendo uso dei coefficienti binomiali:

$$
F_n = \sum_{k=1}^{n} \binom{n-k}{k-1} \ . \tag{2}
$$

Anticipando ciò che vedremo meglio in seguito, osserviamo una interessante caratteristica di questa serie. Ignorando il primo (cioè il termine 0): il rapporto tra il secondo termine ed il primo è 1. Quello tra il terzo ed il secondo è 2; quello tra il quarto ed il terzo è 1.5; quello tra il quinto ed il quarto è 2.5 . . . quello tra gli ultimi due è 1.618. Si potrebbe verificare che il limite del rapporto tra il termine ennesimo ed il precedente, per n tendente all'infinito è quello che conosciamo come il "rapporto aureo"s: 1.6180339887 . . . che è un numero irrazionale. Questo è indicato in matematica con il simbolo Φ. È anche noto come "costante di Fidia", dal nome del grande scultore del V secolo a.c. .

Riferimenti all'opera di Fibonacci si trovano già in due opere pubblicate dal frate francescano e matematico Italiano Luca Pacioli (Borgo San Sepolcro, 1445-1517) ritratto nel quadro presentato in Fig. 8. La prima di queste, dal titolo "*Summa de Arithmetica , Geometria, Proportioni et Proportionalità*" pubblicata a Venezia nel 1494, fu di grande importanza per la diffusione della matematica in Europa. Quest'opera, scritta in volgare, conteneva un trattato generale di aritmetica ed algebra, di elementi di aritmetica ad uso dei mercanti (con dettagli sui concetti di "Dare", "Avere", "Bilancio"...) che poi trovò diffusione in in tutta Europa col nome di "Metodo Veneziano". In successive pubblicazioni "De Divina Proportione" del 1509 denotò con il simbolo suddetto il rapporto aureo [20].

Nella pubblicazione del 1494 il Pacioli faceva riferimento a Leonardo da Pisa, ascrivendogli il ruolo di "padre della rivoluzione aritmetica in Europa" con il suo "*Liber abbaci*".

Figura 8: Ritratto di Luca Pacioli (1495). Attribuito a Jacopo de' Barbari.

Va precisato che Fibonacci venne a contatto con i grandi matematici arabi del tempo, dai quali apprese moltissimo. La matematica nota agli arabi si fondava a sua volta sull'opera del grande matematico persiano Abu jabar al-khwarizmi (Bagdad 750-850 d.c.). Era noto per aver scritto importanti opere di astronomia e matematica, che introdussero i numeri indo-arabi e l'idea di algebra agli studiosi europei. A lui è infatti dovuta l'introduzione dell'algebra (*al-gabr* in Arabo) come notato da Laura Catastini e Franco Ghione nel loro interessantissimo libro [15].

Il significato etimologico del termine *al-gabr* è "aggiustare", "restaurare", "riparare" e si riferisce all'operazione di aggiungere uno stesso termine ai due membri di un'uguaglianza, con lo scopo di avere nell'equazione solo termini positivi. Il senso di questo nome è legato al fatto che un termine negativo, in un'equazione, era pensato come un termine tolto, amputato, e si doveva aggiustare l'equazione aggiungendo a ciascuno dei due membri il suo opposto.

Diversi autori hanno avanzato il sospetto che il "*Liber Abaci*" di Fibonacci sia stato almeno in parte copiato dall'opera di Abu jabar al-khwarizmi [21] di cui sembra esistesse all'epoca una versione in Latino. Le basi di questo sospetto sono molto incerte. Per una discussione approfondita, si rimanda al libro di Keith Devlin [3].

Figura 9: Statua di Abu jabar al-khwarizmi a Khiva in Uzbekistan

La sequenza (o serie) di Fibonacci era in realtà nota fin da tempi antichi ai matematici egiziani ed indù. Il nome di "numeri di Fibonacci" fu dato solo nel XIX secolo dal matematico francese Edouard Lucas (1842-1891).

Va anche detto che la connessione tra la serie di Fibonacci e la sezione aurea fu verificata definitivamente solo nel XIX secolo. Ma fu l'astronomo tedesco Johannes von Kepler (Keplero), scopritore delle tre leggi fondamentali sul moto dei pianeti, il primo a suggerire, nel XVII secolo, la relazione già menzionata fra il numero aureo e la successione di Fibonacci.

[20] Le illustrazioni per il "*De Divina Proporzione*" furono opera di Leonardo da Vinci

[21] Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (750-850 circa).

Altre proprietà della serie di Fibonacci

Molte altre proprietà della serie di Fibonacci sono state osservate e studiate da numerosi autori. Oltre a quella già notata, relativa al rapporto aureo, si può notare che in tutta la serie di Fibonacci compaiono solo tre quadrati perfetti: $F_1 = 1$, $F_2 = 1$, $F_{12} = 144$. Inoltre, il rapporto di un numero per il secondo che lo precede è sempre all'incirca uguale a 2.6 (tendente a 2.618) che è il quadrato di 1.618.

La sequenza che si ottiene elencando le differenze fra due numeri di Fibonacci consecutivi dà vita ancora alla sequenza originale

La somma dei quadrati di due numeri di Fibonacci consecutivi è un numero di Fibonacci.

Un collegamento esiste tra la serie di Fibonacci ed il triangolo di Tartaglia [22].

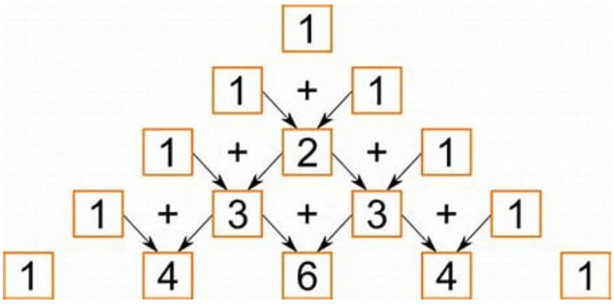


Figura 10: Triangolo di Tartaglia. In questo ciascun numero è la somma dei due che sono sopra di esso, come mostrato dalle frecce.

Nel triangolo di Tartaglia, gli elementi di ogni riga coincidono con i coefficienti dei successivi sviluppi delle potenze di un binomio quale $(a+b)^n$. Più in particolare, la riga n-ma (partendo dall'alto) contiene i coefficienti dello sviluppo della potenza $n-1$ del binomio $(a+b)$. Ad esempio: la riga 1 ci da i coefficienti di $(a+b)^0$ la riga 2 ci da i coefficienti dello sviluppo di $(a+b)^1$ la riga 3 quelli di $(a+b)^2$ ecc.

I numeri di Fibonacci possono essere ottenuti dal medesimo triangolo, sommando i termini delle cosiddette "diagonali storte". Ciò si ottiene spostandosi ogni volta di una riga sotto e due numeri a sinistra. Ad esempio:

$$1+6+5+1 = 13 = F_7 \quad ,$$

$$1+15+35+28+9+1 = 89 = F_{11} \quad .$$

Ciò si può chiaramente vedere nella Figura 11.

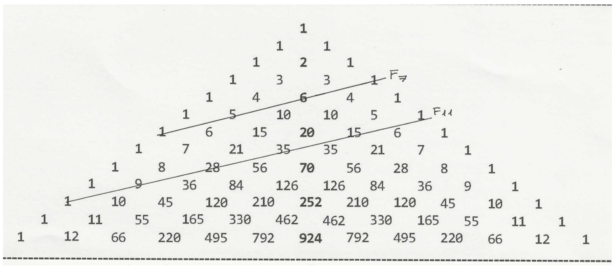


Figura 11: Triangolo di Tartaglia.

La spirale di Fibonacci

Alla serie di Fibonacci si può arrivare per via geometrica, nel modo illustrato in Figura 12. Partendo da un quadrato di lato 1, aggiungiamo sotto questo un secondo quadrato uguale. L'insieme dei due forma un rettangolo 2×1. Disegnamo ora accanto a questi un ulteriore quadrato di lato 2, come in figura. Insieme ai precedenti, questo forma un rettangolo che misura 3×2. Aggiungiamo ancora una quadrato di lato 3 sotto l'insieme già realizzato. Avremo ora un rettangolo che misura 3×5. Accanto a questo aggiungiamo un nuovo quadrato di lato 5. Continuando avremo la possibilità di aggiungere un quadrato di lato 8, e così via. Abbiamo realizzato una sequenza di quadrati, i cui lati hanno misure: 1, 1, 2, 3, 5, 8 . . . cioè giusto la serie di Fibonacci.

Ora in ciascuno dei quadrati tracciamo un arco di cerchio come in Figura 13.

Con l'aggiunta di pochi archi di cerchio si arriva a quella che è nota come "spirale di Fibonacci" come mostrato in Figura 13.

La spirale di Fibonacci si osserva in natura in motissimi casi. Un caso tipico è quello di certe conchiglie. Un'altro ancora quello delle felci, come si può vedere in Figura 14.

La stessa osservazione può esser fatta relativamente allo sviluppo di un ramo di palma, come si nota in Figura 15.

[22] Quello che conosciamo come triangolo di Tartaglia (descritto così da Tartaglia nel 1556) era già noto ai matematici cinesi forse già prima dell'anno 1000. Fu studiato in Europa da N.Fontana (noto come Tartaglia per via della balbuzie). Fu successivamente noto come triangolo di Pascal circa un secolo dopo in Francia e nel mondo Anglosassone.

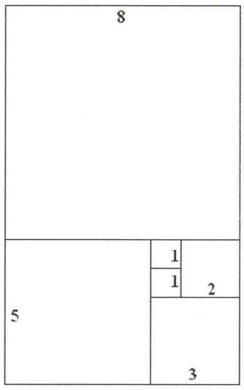


Figura 12: Rettangoli di Fibonacci

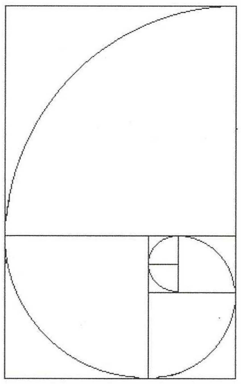


Figura 13: Spirale di Fibonacci

Il biologo e biochimico Enrico Bucci scriveva al riguardo sulla sua pagina facebook nell'aprile 2023:

> "Camminando nei boschi e nelle campagne, è il momento in cui si nota un fenomeno che non può che affascinare chiunque tenga gli occhi un po' aperti sulla vita da cui è circondato: le verdi spirali delle fronde di felce cominciano a srotolarsi, esponendo le prime foglioline che più avanti assumeranno la classica disposizione piumata. Questo modo di proteggere le giovani foglie durante l'inverno, per poi esporle rapidamente quando è il momento, si chiama vernazione circinata, perchè in latino circĭnus significa cerchio, e circinatus significa dunque disposto in un cerchio, come appunto osserviamo nella spirale della fronda di una felce, prima che essa si srotoli nella foglia." [**?**].

In astrofisica si nota spesso uno sviluppo a spirale per diverse Galassie, quasi identico a quello che si osserva nel caso delle piante, come si può vedere in Figura 16.

Figura 14: Lo sviluppo di una felce segue la forma della spirale di Fibonacci.

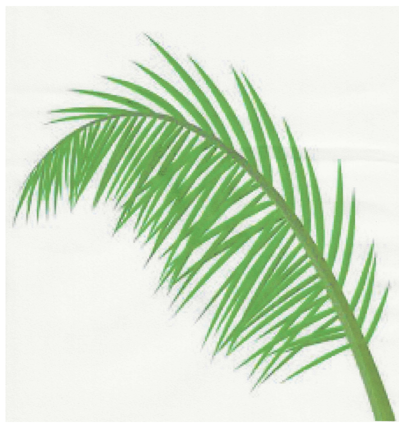


Figura 15: Lo sviluppo di una palma, come quello di una felce, segue la forma della spirale di Fibonacci.

I polinomi di Fibonacci

I polinomi di Fibonacci sono una generalizzazione dei numeri di Fibonacci. Sono definiti come segue:

$$\begin{aligned} F_n(x) &= 1 \;\text{ se }\; n = 1 \\ &= x \;\text{ se }\; n = 2 \\ &= xF_{n-1}(x) + F_{n-2}(x) \;\text{ se }\; n \geq 3 \end{aligned}$$

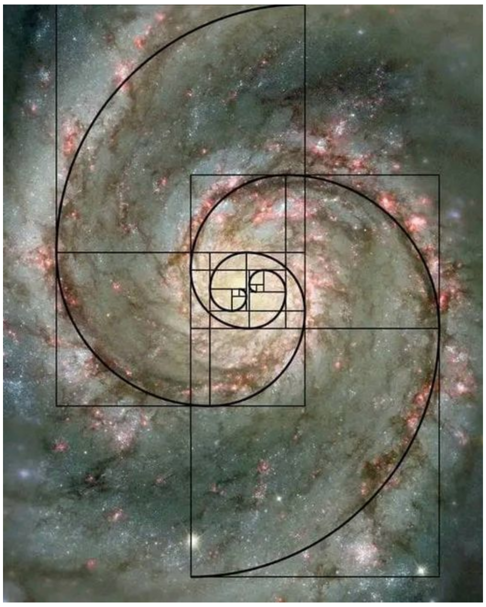


Figura 16: Anche lo sviluppo di una galassia ha la forma a spirale di Fibonacci.

I primi polinomi sono i seguenti:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 1 \\ F_2(x) &= x \\ F_3(x) &= x^2 + 1 \\ F_4(x) &= x^3 + 2x \\ F_5(x) &= x^4 + 3x^2 + 1 \\ F_6(x) &= x^5 + 4x^3 + 3x \quad . \end{aligned}$$

Notiamo che per $x = 1$ il valore di ciascun polinomio coincide con il corrispondente termine della serie di Fibonacci.

I polinomi di Fibonacci $F_n(x)$ e $F_m(x)$ sono divisibili tra loro solo se n ed m sono divisibili tra loro. Un modo equivalente di esprimere ciò è il seguente:

$$\mathrm{MCD}(F_n, F_m) = F_{\mathrm{MCD}(n,m)} \quad .$$

Dove MCD sta per il massimo comun divisore ed F il polinomio di Fibonacci.

I polinomi di Fibonacci risultano utili nella soluzione di alcune equazioni differenziali.

La sezione aurea ed i numeri di Fibonacci nelle arti e nella natura

Senza addentrarci nella discussione, trattata in moltissime opere, relativa all'utilizzo della "sezione aurea" nelle arti, val la pena di ricordare che, a partire dagli egizi, passando poi per Leonardo da Vinci ed altri, questa proporzione, considerata "divina" è stata sempre utilizzata come linea guida per la realizzazione di qualcosa di geometricamente e visivamente armonioso e gradevole. Vengono chiamati "rettangoli aurei" quelli in cui il rapporto tra larghezza ed altezza è data dal valore suddetto (1.618. . .).

I numeri di Fibonacci sono presenti in natura nel caso di molti fiori. Difficilmente troveremo in natura fiori con un numero di petali diverso da un numero appartenente alla serie di Fibonacci: gigli e iris (3), ranuncoli (5), delphinia (8), tageti (13), margherite (13, 21 o 34), girasoli (34, 55, 89 o 144)[23]. Sembra che la chiave di volta per spiegare questa particolare configurazione dei petali nei fiori, risieda in un ormone vegetale noto come "auxina". Si tratta dell'ormone della crescita e dello sviluppo di foglie, fiori e piante. L'auxina fluisce nella pianta in una direzione a spirale[16]. Informazioni sulla correlazione tra lo sviluppo delle foglie di alcune palme e la serie di Fibonacci sono reperibili negli articoli di T.A. Davis [17] e [18].

Tuttavia un nuovo studio pubblicato su Science, ha dimostrato che in un antico genere di piante vissute circa 400 milioni di anni fa, le spirali con cui apparivano le foglie giovani sui fusti dei germogli non avevano relazione con la sequenza di Fibonacci.

Nel campo musicale, secondo uno studio del critico musicale Marco Masoni (grande appassionato e studioso delle composizioni di Lucio Battisti) alcuni brani dell'album "L'apparenza" di Lucio Battisti sarebbero stati costruiti seguendo la sezione aurea [19].

Inoltre, non va dimenticato il fatto che già nei secoli passati alcuni grandi compositori si sono ispirati alla serie numerica di Fibonacci. Tra questi vanno ricordati Bach, Beethoven, Bartòk, Debussy, Schubert . . .

[23] Personalmente ho avuto difficoltà a verificare sul campo questa osservazione.

Il problema della fonte, le due torri e gli uccelli

Un problema che Fibonacci pone nel suo "*liber abaci*" è quello degli "uccelli e le due torri". Questo problema è nel tredicesimo capitolo del suo libro, capitolo dedicato alle regole della cosiddetta "doppia falsa posizione".

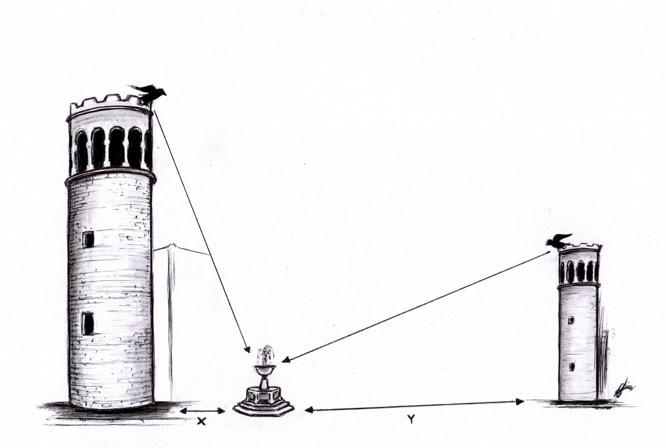


Figura 17: Le due torri e gli uccelli (a cura di Anna Liuzzi)

Due uccelli sono in cima a due torri, alte rispettivamente 30 passi e 40 passi. Le due torri distano tra loro 50 passi (misurati al suolo). I due uccelli partono simultaneamente verso una fontana posta al suolo tra le due torri, volando lungo traiettorie rettilinee, con ugual velocità ed arrivano simultaneamente alla fontana. Si chiede quale sia la distanza della fontana da ciascuna delle due torri.

Fibonacci fornisce due metodi diversi per ottenere il risultato, il primo (numerico) nel capitolo XIII, l'altro (geometrico) nel capitolo XV.

La soluzione che oggi adotteremmo, basata sul teorema di Pitagora è la seguente. Poiché i due uccelli partono simultaneamente ed arrivano simultaneamente, muovendosi lungo traiettorie rettilinee, essi si muovono lungo le ipotenuse di due triangoli, che ovviamente avranno la medesima lunghezza, visto che la percorrono nel medesimo tempo. Sia x la distanza della fontana dalla torre più alta ed y quella dalla torre più bassa (con $x + y = 50$). Avremo quindi l'equazione:

$$x^2 + 40^2 = y^2 + 30^2 \quad ,$$

accanto all'altra:

$$x + y = 50 \quad .$$

Da queste otteniamo facilmente: $x = 18$ e $y = 32$.

Fibonacci fa uso di quello che chiama il metodo della "falsa posizione". Ammettiamo che x sia 10 ed y (cioè 50 -x) sia 40. Le lunghezze delle due traiettorie (le due ipotenuse) sarebbero allora:

$$L_1^2 = y^2 + 30^2 = 40^2 + 30^2 = 2500 \quad ,$$

$$L_2^2 = x^2 + 40^2 = 10^2 + 40^2 = 1700 \quad .$$

Con una differenza Δ tra i due percorsi di:

$$\Delta = L_1^2 - L_2^2 = 800 \quad .$$

Perché i due percorsi siano uguali, è facile vedere che occorre aumentare x (distanza dalla torre più alta) e diminuire y (cioè 50-x) (distanza dalla torre più bassa). Se ad esempio aumentiamo x di 5 passi e diminuiamo y della medesima quantità, otterremo:

$$L_1^2 = y^2 + 30^2 = 35^2 + 30^2 = 2125 \quad ,$$

$$L_2^2 = x^2 + 40^2 = 15^2 + 40^2 = 1825 \quad .$$

Con una differenza Δ tra i quadrati dei due percorsi di 300. Vediamo quindi che ad un aumento di 5 passi nella variabile x (distanza dalla torre più alta) corrisponde una diminuzione di 500 passi in Δ.

Si può facilmente vedere che Δ dipende linearmente da x. Scrivendo tale dipendenza nella forma:

$$\Delta = ax + b \quad ,$$

e facendo uso del fatto che per x=10 si ha Δ=800 e che per $x = 154$ si ha Δ=300, otteniamo: $a = -100$ e $b = 1800$. Da cui otteniamo che Δ si annulla per $x = 18$, come già ottenuto in precedenza.

Per verificare la linearità della dipendenza di Δ da x, scriviamo:

$$\begin{aligned}\Delta(x) &= L_1^2(x) - L_2^2(x) \\ &= (50-x)^2 + 30^2 - x^2 - 40^2 \\ &= -100x + 1800 \quad ,\end{aligned}$$

da cui:

$$\delta(\Delta) = -100\delta x \quad .$$

Il metodo della regola della "doppia falsa posizione" (elchataym in arabo) può essere facilmente compreso con il seguente esempio tratto dal libro di Sigler citato nella referenza [5].

Spieghiamolo in breve adoperando una notazione attuale. Ammettiamo di voler risolvere l'equazione:

$$ax + b = c \quad ,$$

per la variabile x.

Introduciamo due possibili (false) soluzioni x_1 ed x_2 per l'incognita x. Otterremo due valori diversi per il termine c:

$$ax_1 + b = c_1 \quad ,$$

$$ax_2 + b = c_2 \quad .$$

Sottraendole otteniamo:

$$a(x_2 - x_1) = c_2 - c_1 \quad ,$$

da cui:

$$a = \frac{c_2 - c_1}{x_2 - x_1} \quad ,$$

$$b = c_2 - x_2 \frac{(c_2 - c_1)}{(x_2 - x_1} \quad .$$

Poniamo questi valori di a e b nell'equazione originale: $ax + b = c$ e risolviamo nella variabile x, otteniamo:

$$x = x_2 + \frac{(c - c_2)(x_2 - x_1)}{c_2 - c_1} \quad ,$$

che possiamo riscrivere nella forma:

$$\frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(c_2 - c)}{(c_2 - c_1)} \quad .$$

Notiamo che in questo caso la regola della doppia-falsa posizione è applicabile poichè l'equazione è lineare. Sarebbe ancora applicabile se l'equazione avesse più di una incognita. Non sarebbe facilmente applicabile in presenza di termini quadratici.

Il problema della fonte, le due torri e gli uccelli: soluzione geometrica

Per risolvere questo problema adoperando la geometria (vedasi le Figure 18 e 19, il nostro scrive:

> "Su di un certo terreno vi sono due torri di cui una è alta 30 piedi l'altra 40. La distanza tra le due torri è di 50 piedi. Due uccelli, scendendo insieme dalla sommità delle due torri volano verso il centro di una fontana posta fra le torri. Si vuol calcolare la distanza della fontana da ciascuna delle due torri. Sia la più grande delle tue torri rappresentata dal segmento di linea AB, quella della torre inferiore dal segmento di linea GD. Lo spazio fra esse è rappresentato dal segmento di linea BD e le sommità di esse sono connesse dal segmento di linea AG che è diviso in due parti uguali dal punto E. Da questo punto viene tracciato il segmento di linea EF parallelo alle linee AB e GD, mentre dal punto E viene tracciato il segmento di linea EZ che fa due angoli retti con la linea AG, nel punto E; io sostengo che il punto Z é il centro della fontana, che può essere dimostrato come segue: due segmenti di retta ZA e ZG, che rappresentano le direzioni di volo degli uccelli vengano tracciati fino al punto Z. Farò vedere che i due segmenti di retta sono uguali. Infatti il segmento di retta ZA forma un angolo retto nel triangolo ZAE, il quadrato del quale è uguale alla somma dei due quadrati ZE ed EA. Analogamente il quadrato del segmento di linea ZG è uguale alla somma dei due quadrati dei segmenti di linea GE e ZE. Ma GE è uguale ad EA ed il quadrato del segmento di retta EZ è in comune, come si si vede dai suddetti due triangoli. Quindi GZ ed AZ sono uguali, come volevamo dimostrare."

Per verificare la consistenza della soluzione geometrica con quella algebrica, esaminiamo, con Fibonacci, la Figura 19, tratta dall'edizione latina. Si noti che i triangoli GXA ed EFZ sono simili. Ne segue:

$$\frac{FZ}{EF} = \frac{AX}{GX} \ ,$$

da cui:

$$FZ = \frac{AX \times EF}{GX} = (40 - 30) \times \frac{(40 + 30)}{2} \times \frac{1}{50} \ .$$

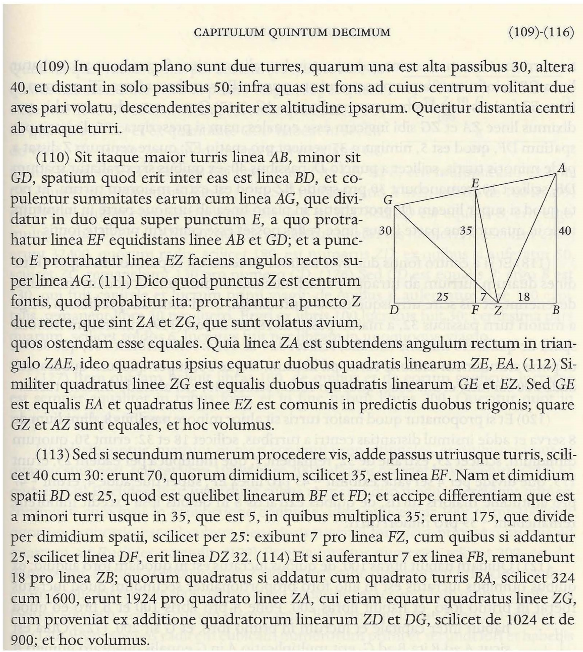
Da cui $FZ = 7$, e quindi $ZB = 25 - 7 = 18$ e $DZ = 32$.

Come accennato in precedenza, Fibonacci non ricorre a formule per ottenere il risultato. La Figura 19 è quella originale ma arbitrariamente modificata da me, con l'introduzione della linea GX, non presente nell'originale.

Il ragionamento di Fibonacci è invece il seguente.

> "Si sommino le altezze delle due torri cioe 30 e 40 che fa 70, dividiamolo per due ottenendo 35. Questa è la lunghezza della linea EF. Ora la metà della distanza BD è 25, che è la lunghezza comune dei segmenti di retta BF ed FD. Prendiamo poi la differenza tra 35 e l'altezza della torre minore, che fa 5, moltiplichiamo il risultato per 35 che fa 175, dividiamolo per la metà della distanza tra le torri, cioè 25. Il quoziente sarà 7 per il segmento di retta FZ. Se a questo aggiungo 25, cioè il segmento di retta DF , otterrò per il segmento di retta DZ il valore 32. Se poi 7 viene sottratto dal segmento di retta FB, rimarrà 18 per il segmento di retta ZB. Se il quadrato di questo viene aggiunto al quadrato dell'altezza della torre BA cioè 324 a 1600, otterremo 1924 per il quadrato del segmento di retta ZA. Questo è uguale al quadrato del segmento di retta ZG, somma dei quadrati dei segmenti di retta ZD e DG cioè 1024 e 900, come desiderato."

Per ulteriori dettagli su questo problema posto da Fibonacci, ed un approfondimento sulla soluzione geometrica si veda l'ottimo articolo pubblicato da Adriana Lanza su matmedia [20].



CAPITULUM QUINTUM DECIMUM (109)-(116)

(109) In quodam plano sunt due turres, quarum una est alta passibus 30, altera 40, et distant in solo passibus 50; infra quas est fons ad cuius centrum volitant due aves pari volatu, descendentes pariter ex altitudine ipsarum. Queritur distantia centri ab utraque turri.

(110) Sit itaque maior turris linea *AB*, minor sit *GD*, spatium quod erit inter eas est linea *BD*, et copulentur summitates earum cum linea *AG*, que dividatur in duo equa super punctum *E*, a quo protrahatur linea *EF* equidistans linee *AB* et *GD*; et a puncto *E* protrahatur linea *EZ* faciens angulos rectos super linea *AG*. (111) Dico quod punctus *Z* est centrum fontis, quod probabitur ita: protrahantur a puncto *Z* due recte, que sint *ZA* et *ZG*, que sunt volatus avium, quos ostendam esse equales. Quia linea *ZA* est subtendens angulum rectum in triangulo *ZAE*, ideo quadratus ipsius equatur duobus quadratis linearum *ZE*, *EA*. (112) Similiter quadratus linee *ZG* est equalis duobus quadratis linearum *GE* et *EZ*. Sed *GE* est equalis *EA* et quadratus linee *EZ* est comunis in predictis duobus trigonis; quare *GZ* et *AZ* sunt equales, et hoc volumus.

(113) Sed si secundum numerum procedere vis, adde passus utriusque turris, scilicet 40 cum 30: erunt 70, quorum dimidium, scilicet 35, est linea *EF*. Nam et dimidium spatii *BD* est 25, quod est quelibet linearum *BF* et *FD*; et accipe differentiam que est a minori turri usque in 35, que est 5, in quibus multiplica 35; erunt 175, que divide per dimidium spatii, scilicet per 25: exibunt 7 pro linea *FZ*, cum quibus si addantur 25, scilicet linea *DF*, erit linea *DZ* 32. (114) Et si auferantur 7 ex linea *FB*, remanebunt 18 pro linea *ZB*; quorum quadratus si addatur cum quadrato turris *BA*, scilicet 324 cum 1600, erunt 1924 pro quadrato linee *ZA*, cui etiam equatur quadratus linee *ZG*, cum proveniat ex additione quadratorum linearum *ZD* et *DG*, scilicet de 1024 et de 900; et hoc volumus.

Figura 18: L'originale latino della pagina in cui Fibonacci descrive la soluzione geometrica del problema delle due torri e gli uccelli

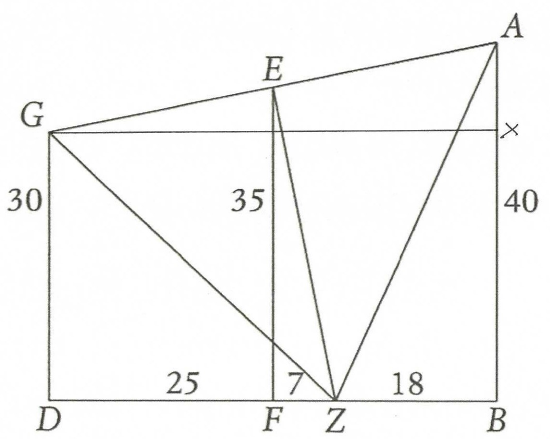


Figura 19: Geometria delle due torri, come nel Liber Abaci.

Il *Liber Quadratorum*

Anche se il nome di Fibonacci è strettamente legato al suo "*Liber Abaci*" conviene fare una breve menzione al "*Liber Quadratorum*" [21] cioè il "libro dei numeri quadrati" Questo fu dedicato a Federico II con l'obiettivo di risolvere due problemi che Giovanni da Palermo ed il filosofo Teodoro (della corte dell'imperatore) proposero a

Fibonacci nel corso della già citata visita a Pisa.

È un testo di grande importanza perché contiene risultati rilevanti sulla Teoria dei Numeri, nonché per l'originalità del metodo adoperato da Fibonacci, nel quale si manifesta una certa tendenza a risolvere i problemi cercando di inserirli in famiglie o classi di problemi.

Il libro contiene venti proposizioni riguardanti problemi di analisi indeterminata di secondo grado. Molte di queste costituiscono lemmi ausiliari utili per la soluzione di questioni affrontate da Fibonacci.

I numeri di Fibonacci nei mercati finanziari

Il nome di Fibonacci è molto noto anche agli analisti finanziari.

L'dea alla base di questo strumento è nell'osservazione che quando un titolo mostra una tendenza, o una variazione, tale variazione sembra coincidere all'incirca con uno dei rapporti tra numeri della serie di Fibonacci (o rapporti tra il numero n-mo e quello che viene due o tre passi dopo). Dopo aver raggiunto il nuovo livello, il titolo riprende l'andamento "normale".

I livelli di Fibonacci possono aiutare a prevedere la variazione del valore di un titolo e quindi a decidere se iniziare o meno una negoziazione. Per ulteriori dettagli sull'argomento, si veda la referenza [22].

L'interesse dei mercati finanziari per Fibonacci, non deve sorprendere. Nello stesso "*Liber Abaci*" sono frequenti gli esempi in cui Fibonacci parla di prestiti e di investimenti. Ad esempio, nel capitolo 15 (subito dopo la sua presentazione della sua soluzione geometrica del problema delle due due torri, la fontana e gli uccelli) passa a discutere il caso in cui

> "Due uomini hanno 100 libre (quì adoperata come unità di valuta, non di peso) per le quali la rendita in un certo mercato ha un determinato valore ed in un secondo mercato la rendita è proporzionale a quella presente nel primo mercato $\cdots$"

Conclusioni

Come detto all'inizio, Fibonacci e le sue opere hanno avuto un'impatto importantissimo sullo sviluppo della matematica in occidente. Ad esempio Pier Daniele Napolitani [10] scrive:

> "Con Fibonacci fanno il loro ingresso ufficiale in Europa i numeri arabi, la notazione posizionale e l'algebra. Ma nelle sue opere c'è molto di più: calcoli con le frazioni, rappresentazione geometrica delle quantità, soluzione di equazioni di primo e di secondo grado, in un'epoca in cui le equazioni venivano scritte con descrizioni a parole."

Notiamo anche che Fibonacci ha introdotto: 1) La barra che oggi si usa per le frazioni; prima di questo, il numeratore aveva virgolette attorno ad esso,
2) la notazione radice quadrata.

Si può discutere circa l'originalità delle opere di Fibonacci. Sicuramente molte delle sue elaborazioni erano già note da molti anni. Il suo merito è stato quello di averle, nel "*Liber abaci*", rese note in forma comprensibile ai suoi lettori dell'epoca. Altrettanto grande è il merito di avere sviluppato ed ampliato molte delle idee già note. È ciò che normalmente avviene nel campo scientifico: si costruisce, mattone dopo mattone, su fondamenta già posate dai predecessori.

Ad esempio, gli "Elementi" di Euclide non contenevano risultati nuovi di grande rilievo: vi sono infatti raccolte ed esposte in modo ammirevole le conoscenze matematiche (in particolare geometriche) note ai suoi tempi. Conoscenze in gran parte dovute ad autori precedenti (Eudosso, Teeteto..).

Quello che noi conosciamo come il "teorema di Pitagora" era già presente su alcune tavolette del periodo 1800-1600 a.c.. Pitagora è morto nel 490 a.c.!

Ad ogni modo, lo scopo che Fibonacci si proponeva con il suo "*Liber Abaci*" era quello di introdurre il sistema di numerazione e calcolo "Arabi" in Italia e non solo in Italia. A questo riguardo, Sigler [21] scrive:

> "Persino nei paesi musulmani del medio-oriente, il sistema di numerazione e di calcolo Arabi venivano usati so-

lo dai matematici e scienziati nei loro lavori scientifici, non da commercianti e uomini d'affari. Fibonacci non introdusse il sistema di calcolo per gli affari in Italia, ma gli si può attribuire il merito di averlo introdotto, più in generale, in tutta la pratica commerciale nel mondo. Lo storico S. Goitein mise in evidenza che furono eventualmente gli Europei ad insegnare agli uomini d'affari Arabi, la superiorità del sistema di numerazione e di calcolo arabi per le loro pratiche commerciali".

Apprendo che poche settimane fa è scomparso un ben noto matematico Italiano (Enrico Giusti), Professore a Pisa ed a Firenze. Giusti aveva speso gli ultimi anni della sua vita a ricerche nel campo della storia della matematica. In questo ambito aveva pubblicato (assieme a Paolo d'Alessandro) il volume che cito in referenza [6]. Il libro di Enrico Giusti, da poco in mio possesso, appare quello più completo e fedele all'originale. Gradevole da seguire per coloro che ancora conservano amore per il Latino, oltre che per la Matematica!

Il libro di Keith Devlin [3] contiene un gran numero di interessantissime informazioni storico-scientifiche sulla vita e l'opera di Fibonacci.

L'edizione Inglese di L.E. Sigler, citata in referenza [5], è di grande utilità per chi avesse scarsa familiarità con il Latino. Il il testo del "*Liber Abaci*" di Sigler è basato dull'edizione latina di Baldassarre Boncompagni del 1857 [**?**].

Altre opere di Fibonacci meno conosciute, che val la pena ricordare (anche se di non facile reperibilità, ad eccezione del "*Liber quadratorum*": [21]) sono:

- *Practica geometriae* (del 1223),
- *Liber quadratorum* (scritto dopo il 1225. Già menzionato. Dedicato a Federico II),
- *Epistola ad Magistrum Theodorum* (tra il 1228 ed il 1234),
- *Flos* (Fiore) (dedicato a Ranieri da Viterbo, influente nella corte pontificia durante il papato di Gregorio IX. Papa dal 1227 al 1241).

Ancora un riferimento degno di nota: "Il Fibonacci" [23]. Una raccolta di nove "fogli" creati tra il 1990 e il 2004 da Franco Conti, con altri collaboratori. Ciascun foglio, concepito come un "breve viaggio tra curiosità matematiche", contiene curiosità, idee, problemi e aneddoti di carattere matematico.

Figura 20: Il Fibonacci

Ringraziamenti

Debbo innanzitutto scusarmi con i lettori per le numerose lacune, imprecisioni ed errori sicuramente presenti in questo scritto.

Facendo mie le parole di Fibonacci: "vi prego di essere indulgenti con me, poiché non vi è alcuno che sia privo di difetti e che sia cauto in tutto, sotto ogni aspetto".

Ringrazio innanzitutto il Prof. Giampaolo Co', del Dipartimento di Fisica e Matematica di Unisalento, per l'attenzione prestata e le correzioni apportate alle successive stesure di questo scritto.

Ringrazio il Dott. Raffaele Flaminio del CNRS, LAPP/Annecy, nonchè la Prof.ssa Mariolina Batini per un'attenta revisione del testo.

Ringrazio la Dott.ssa Maria Teresa Filieri, Direttrice di Musei e profonda conoscitrice delle

civiltà e sviluppi Artistico/Scientifici del NordAfrica e Medio-Oriente per le informazioni che mi ha gentilmente fornito.

Ricordando con affetto due grandi Matematici che ho avuto la fortuna di incontrare nei primi anni dei miei studi Universitari: Renato Caccioppoli, Professore di Analisi Matematica al mio primo anno all'Università di Napoli; Ennio De Giorgi, mio Professore di Analisi Superiore, due anni dopo, all'Università di Pisa.

Ricordando anche i numerosi colleghi, purtroppo scomparsi, con cui ho avuto modo di interagire, nel corso delle mie non infrequenti visite a Lecce. Tra questi in primo luogo i colleghi Raimondo Anni, Giovanni Mancarella, Gino Rizzo e Giulio Soliani.

Un ricordo particolare per mia moglie, Giannina Biagini, prematuramente scomparsa. Dopo la laurea in matematica sotto la supervisione dell'allora giovane Giorgio Letta, aveva dedicato la sua attività all'insegnamento della matematica in varie Scuole Superiori, conservando sempre un immutato amore per questa scienza.

Appendice

Dal mago di Oz alla matematica di Oz: saltellando sulla serie di Fibonacci

Il Mago di Oz è un libro pubblicato da L. Frank Baum nel 1900. Il libro parla della piccola Dorothy e del suo cagnolino Toto, in un mondo di Fantasia. Il libro ebbe un enorme successo: ne fu tratto un famoso film del 1939, in cui apparvero grandi attori ed attrici, tre le quali si ricorda Judy Garland.

La fantastica storia della bimba Dorothy, del suo cagnolino Toto, dello Spaventapasseri, del Boscaiolo di latta e del mago fasullo, è stata inserita da Clifford A. Pickover nel suo libro (la matematica di Oz) che definisce Ginnastica mentale off-limits [24].

Il libro di Pickover contiene un gran numero di quesiti e problemi matematici. Tra questi, un paio, sono basati sulla serie di Fibonacci. Mi limiterò a presentarne solo uno: "il mistero dei sincronizzatori".

Dorothy si trova su un'enorme nave spaziale a forma di tazza da tè insieme al dottor Oz. Stanno andando a tutta velocità verso un'altra nave spaziale, contro la quale la nave di Dorothy spara dei proiettili. Ogni volta che una nave spara, le possibilità sono due, o manca la nave avversaria o la distrugge completamente. Inoltre, tutte le volte che la nave spara, ha una probabilità p del 50% di colpire la nave avversaria. Chiamiamo "nave A" la nave di Doroty e "nave B" quella dell'avversario.

Prima spara la nave A, poi la nave B, dopo la nave A, alternandosi, fino a quando una delle due viene distrutta. Quale è la probabilità P che la nave A sopravviva? Di quanto cambierebbe la probabilità P se ogni volta che una nave spara, la probabilità di colpire la nave avversaria fosse solo $p = 10\%$?

Per complicare ulteriormente il problema, il dottor Oz propone la seguente modifica, che definisce il "terribile trucco di Fibonacci TTF". In questo quesito TTF, le navi si sparano l'un l'altra secondo la sequenza di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ... In altre parole, prima la nave A spara un colpo, poi spara un colpo la nave B, quindi la nave A spara 2 colpi, quindi la nave B, e via di seguito. Quale è la probabilità P che la nave A sopravviva, assumendo la suddetta probabilità $p = 50\%$? E quale sarebbe la medesima probabilità di sopravvivenza della nave A se la probabilità p di cui sopra non fosse il 50% ma il 10%?"

Mi limiterò, per brevità a fornire i risultati delle soluzioni che Pickover fornisce. Solo per il primo caso (escludendo quindi l'ipotesi TTF) riporterò i dettagli. In questo caso, la soluzione, per $p = 0.5$ è: $P = 2/3 = 0.67$. Se p fosse il 10% (1/10) troveremmo $P = 0.53$.

Il calcolo che l'autore fornisce è il seguente: La *chance* che la nave A colpisca al primo tiro è il 50% (0.5). Poi diamo una *chance* alla nave B. Il 50% delle volte B annienta A. Quale è la probabilità che B sbagli e che quindi A spari e colpisca B al suo secondo sparo del conflitto? Dobbiamo trovare la probabilità composta che A prima sbagli (0.5) seguita da uno sbaglio di B, seguita da un colpo messo a segno da A. Questa è $0.5 \times 0.5 \times 0.5$. A lungo andare possiamo gradualmente sviluppare una serie di probabilità di vittoria di A:

- 0.5 A vince
- 0.5×0.5 A vince

- $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ A vince
- ....

Questa serie può essere scritta nella forma:

$$\begin{aligned} 0.5 &\times (1 + 1/4 + 1/4^2 + 1/4^3 + ...) \\ &= 0.5 \times (4/3) = 2/3 \ . \end{aligned}$$

poichè la serie geometrica in parentesi converge al valore 4/3.

Nell'ipotesi in cui le navi sparino ad un rate come quello del caso TTF, la soluzione, per p=50% (0.5) sarà P=69.5%. Per p=10% (0.1) troveremmo P=54%.

[1] *Fibonacci, il Leonardo Pisano* - Un film di Francesco Andreotti. Documentario, Italia, (2003).

[2] L. Pisano (il Fibonacci) *Liber Abaci*, (1202 e 1228); *Practica Geometriae* (*La pratica della geometria*) (1220); *Liber Quadratorum* (*Il libro dei numeri quadrati*) (1225); *Flos super solutionibus quarumdam questionum ad numerum et ad geometricam pertinentium*; Lettera a Todoro (Filosofo della corte di Federico II) riguardante la soluzione di due problemi: uno di algebra ed uno di geometria.

[3] K. Devlin: *I numeri magici di Fibonacci*, BUR-Rizzoli, Milano (2021).

[4] F. Conti, P. Acquistapace, A. Savojni: *Analisi Matematica ed applicazioni*, McGraw-Hill, Milano (2001).

[5] L. Ancora: *Il Liber Abaci di Leonardo Fibonacci tradotto in Italiano*. Parte prima: ARITMETICA (disponibile in rete). Un'edizione completa in Inglese è disponibile: L. E. Sigler: *Fibonacci's Liber Abaci. Leonardo Pisano Book of Calculation*, Springer, Berlino (2003).

[6] E. Giusti, P. D'alessandro: *Leonardi Bigolli Pisani. vulgo Fibonacci: Liber Abbaci*, Leo S. Olschki, (2020). (in Latino)

[7] E. Giusti: https://www.cultura.trentino.it/Appuntamenti/Leonardo-Fibonacci-e-\la-rinascita-della-matematica-in-Occidente

[8] Euclid's Book on Divisions of Figures by Archibald, Euclid, Fibonacci, and Woepcke. https://www.gutenberg.org/ebooks/38640

[9] https://it.wikipedia.org/wiki/LeonardoFibonacci

[10] AA. VV.: *Fibonacci-La rinascita della matematica in occidente*, A cura di Pier Daniele Napolitani. Pelago, Milano (2022).

[11] The Fibonacci Quarterly: Official publication of the Fibonacci Association) https://www.fq.math.ca/

[12] (Historia Mathematica: "Decimal fraction numeration and the decimal point in 15th-century Italy") https://www.sciencedirect.com

[13] E. Malisani: *Storia del pensiero algebrico fino al cinquecento: Costruzione del simbolismo e risoluzione di equazioni*, Quaderni di Ricerca in Didattica, 6 (1996) . https://sites.unipa.it/grim/AlgebraMalisaniIt.pdf

[14] https://it.wikipedia.org/wiki/Francois_Viète

[15] L. Catastini, F. Ghione: *La matematica che trasformò il mondo: Il Liber abbaci di Leonardo Pisano detto Fibonacci*, Carocci, Roma (2023).

[16] La scoperta viene da uno studio scientifico coordinato da un ricercatore di Biologia dell'Università di Pisa (Riccardo di Mambro) in collaborazione con l'Università di Roma La Sapienza, pubblicato sulla Rivista "Current Biology"

[17] T. A. Davis: *Fibonacci Numbers for Palm Foliar Spirals*, Acta Botanica Neelandica, 19 (1970) 236.

[18] T. A. Davis: *Why Fibonacci Sequence for Palm Leaf Spirals?*, Fibonacci Quarterly, 9 (1971) 237.

[19] https://www.quinewspisa.it/pisa-fibonacci-battisti-e-sezione-aurea.htm

[20] https://www.matmedia.it/il-problema-degli-uccelli-e-delle-torri. Purtroppo questo articolo contiene alcuni piccoli errori nella parte numerica.

[21] L. Pisano Fibonacci: *The book of squares. An Annotated Translation into Modern English by L.E. Sigler*, Academic Press, Londra (1987).

[22] https://www.cmcmarkets.com/it-it/guide-sul-trading/come-applicare-fibonacci-al-trading

[23] http://olimpiadi.dm.unibo.it/eventi/il-fibonacci/

[24] C. A. Pickover: *La matematica di Oz. Ginnastica mentale off-limits*, Muzzio, Padova (2004).

Vincenzo Flaminio: già Professore ordinario di Fisica Sperimentale presso l'Università di Pisa, dove ha ricoperto numerose cariche. Ha lavorato a lungo in esperimenti di fisica adronica al CERN di Ginevra e negli Stati Uniti. È stato responsabile di numerosi progetti di ricerca, sia nazionali che Europei. A partire dagli anni '80 si è occupato prevalentemente di fisica dei neutrini, con esperimenti effettuati al CERN. Si è poi occupato di esperimenti sulla ricerca di neutrini astrofisici, quali ANTARES e KM3.

Si può celebrare oggi il π-day?*

Dio disse a Mosè "Io sono colui che sono!"

Esodo 3.14

Giuseppe De Cecco già affiliato al Dipartimento di Matematica & Fisica "Ennio De Giorgi", Università del Salento

M. Letizia Rosato IISS don Tonino Bello, Tricase (Lecce)

Da alcuni anni, anche in Italia [1], per avvicinare la matematica al grande pubblico, è stata istituito il "π-day" il 14 marzo, poiché nella scrittura anglosassone delle date, esso si scrive 3-14, il valore approssimato (largamente usato) di π il rapporto costante tra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro.

Naturalmente possiamo celebrare il "π-day" anche con altri criteri. Per esempio il 22 luglio, che nella ordinaria convenzione (utilizzata in Italia) delle date si scrive 22/7, che rappresenta il valore di π indicato da Archimede; altri propongono il 10 novembre, che è il 314° giorno del calendario gregoriano, o anche (negli anni non bisestili) il 21 dicembre, ore 1:13, quando il rapporto 355/113 dà un numero approssimato di π (= 3.1415929) con il maggior numero di cifre decimali).

Ma lo scopo della conferenza è un altro.

Il valore approssimato 3.14 di π è chiaramente riferito alle figure del piano con l'usuale metrica euclidea: ebbene si farà vedere come considerando alcuni particolari spazi, detti ℓ_p, nei quali è possibile definire analogamente π_p, questo numero può assumere tutti i valori maggiori di $\pi_2 = \pi$ l'usuale costante negli spazi euclidei.

Dunque, con la convenzione scelta, ogni giorno dell'anno, successivo al 14 marzo, potrebbe essere scelto come un π-day, fissando opportunamente l'indice p, che caratterizza la distanza (o quasi-distanza) $\sigma_p(x, y)$ tra due punti $x = (x_1, x_2)$ e $y = (y_1, y_2)$ del piano così definita:

$$\sigma_p(x, y) = [|y_1 - x_1|^p + |y_2 - x_2|^p]^{1/p}$$

che per $p = 2$ dà la distanza euclidea e per $p = 1$ la distanza del tassista (come vedremo più avanti).

1. π presso gli Egizi.

Quasi sempre π è definito come il rapporto costante tra la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro, raramente come area del disco unitario. Eppure storicamente sembra che la questione delle aree sia stata preminente.

*Quest'articolo è la rielaborazione di una conferenza tenuta da G. De Cecco il 12 marzo 2024 presso il Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" dell'Università del Salento con l'aggiunta di un'Appendice di M. L. Rosato.

[1] Ufficialmente dal 2017 (in Italia), ma la prima celebrazione si tenne nel 1988 all' Exploratorium di San Francisco per iniziativa del fisico e artista statunitense Larry Shaw (1939-2017).

Secondo il matematico e storico della matematica Abraham Seidenberg (1916-1988) tutta la matematica (e non solo questa disciplina) ha un'origine rituale [2]. In particolare la geometria sarebbe nata dalle questioni riguardanti la costruzione di altari: ingrandimento conservando la forma e equivalenza di forme.

Ricordiamo che uno dei problemi classici dell'antichità era quello della duplicazione del cubo, il cosiddetto problema di Delo [3] (isola dell'Egeo famosa per i suoi santuari).

Figura 1: Frammento del papiro di Rhind.

Il primo caso documentato di un tentativo di quadrare il cerchio si trova nel Papiro Rhind [4], la più importante fonte di informazioni matematiche dell'antico Egitto (costituito da 87 problemi risolti, scritti in ieratico) per la"conoscenza di tutte le cose esistenti e tutti gli oscuri segreti".

Lo scriba Ahmes (vissuto intorno al 1650 a.C.) così scrive:

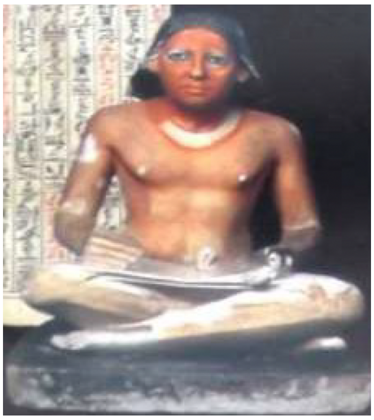


Figura 2: Statua di uno scriba.

"Togli 1/9 a un diametro e costruisci un quadrato sulla parte che ne rimane; questo quadrato ha la stessa area del cerchio".

$$l = d - 1/9\,d = 8/9\,d \;\; ,$$

quindi, l'area del cerchio è data dal quadrato di l

$$l^2 = (8/9\,d)^2 \;\; .$$

La filosofa Simone Weil (1909-1943), in una lettera al fratello André (1906-1998), uno dei componenti di spicco del gruppo Bourbaki, così immagina siano arrivati gli agrimensori a trovare quel valore [7]:

"Se si divide il quadrato circoscritto in ottantuno quadratini, si può osservare che, per avere l'area del cerchio, bisogna sottrarre tre di questi quadratini più il valore pressappoco di 3 mezzi quadratini per ogni angolo."

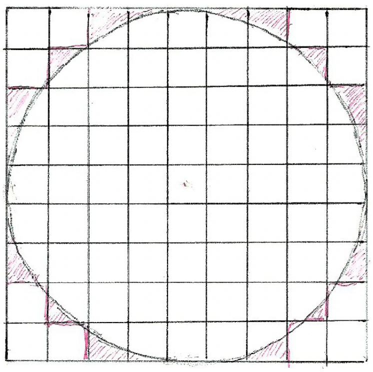


Figura 3: Ipotesi di S. Weil.

[2] Vedi [1, 2]. Questa tesi è condivisa anche dal matematico B.L. Van der Waerden [3]. I suoi studi sono anche un contributo alla teoria generale di Lord Raglan, che sostiene che la civilizzazione ha un'origine rituale [4, 5]. Cfr. anche [6].

[3] Di questo problema parla Teone di Smirne (filosofo, teologo e dignitario bizantino del XII secolo); questi, citando Eratostene, riporta che gli abitanti di Delo, avendo interrogato l'oracolo di Apollo sul modo di liberarsi dalla peste, avevano avuto l'ordine di costruire un altare di forma cubica, di volume doppio di quello esistente. Rimane senza risposta però la domanda: perché la duplicazione del volume dell'altare poteva allontanare la peste?

[4] Papiro lungo 5.46 metri, alto 33 cm, che si trova al British Museum a Londra. Esso è chiamato Rhind dal nome dell'antiquario A. H. Rhind, che nel 1858 lo acquistò, oppure "Papiro di Ahmes" dal nome dello scriba.

Quindi in ogni angolo ci sono 4.5 quadratini da togliere, cioè $4 \times 4.5 = 18$ quadratini; ora $81 - 18 = 63$, che approssimiamo a $64 = 8 \times 8$, quindi l'area approssimata del cerchio vale

$$64(1/9\, d)^2 = (8/9\, d)^2.$$

Con il linguaggio attuale, ove $d = 2r$,

$$(8/9\, d)^2 = \pi r^2$$

quindi per Ahmes $\pi_A = 3.16049\ldots$ che è una precisione notevole per quel tempo.

Questo risultato non ebbe però alcuna diffusione. Mille anni dopo i Babilonesi e gli antichi Ebrei continuavano infatti a usare il valore 3, che era molto meno esatto; ma Seidenberg osserva che il confronto non è corretto poiché gli Egizi e gli Ebrei si occupavano di aspetti differenti del cerchio. Gli Egizi erano interessati a trovare il rapporto fra il cerchio e il quadrato, probabilmente solo allo scopo di misurare con precisione terreni ed edifici: non sembra abbiano considerato π un numero costante, e tanto meno che abbiano tentato di calcolarlo.

2. π presso gli antichi Indiani.

Lo studioso della cultura indiana George Thibaut (1848-1914) informa che ci furono contrasti su quale forma fosse più adatta ad un certo sacrificio. Infatti la forma degli altari variava con lo scopo del sacrificio: alcuni erano quadrati, altri circolari o di altre forme (semicerchio, ruota di carro, mangiatoia). È sorprendente poi il fatto che l'architettura vedica usasse le stesse intuizioni dell'aritmetica pitagorica. Si nota così una possibile origine comune tra la matematica greca e quella indiana.

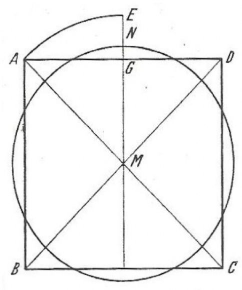


Figura 4: Come cerchiare il quadrato.

Nelle *Sulvasutras* (regole delle corde), scritti indiani di epoche diverse (800-200 a.C.) concernenti la costruzione di altari, ci si occupa per esempio di quadrare il cerchio e cerchiare il quadrato proprio per rendere equivalenti gli altari. Ecco come viene descritta la trasformazione di un quadrato in un cerchio:

> "Tendi una corda tra il centro del quadrato e uno dei suoi vertici, ruotala fino a renderla perpendicolare a uno dei lati, quindi disegna un cerchio con il raggio del semilato del quadrato più un terzo della differenza tra la semidiagonale e il semilato."

Se poniamo MG=1, cioè AB=2, allora MN=MG+GN dove

$$\mathrm{GN} = \mathrm{EN}/3 = (\sqrt{2} - 1)/3 \ \ ,$$

quindi

$$\pi_S[1 + (\sqrt{2} - 1)/3^2 = 4 \ \ ,$$
$$\pi_S = [6/(2 + \sqrt{2})]^2 \simeq 3.24 \ \ .$$

Per l'inverso, cioè la quadratura del cerchio, si ha la seguente regola (certamente più complicata di quella di Ahmes):

> "Dividi il diametro in 8 parti e ancora una di queste parti in 29 parti: da queste 29 parti togline 28 e inoltre la sesta parte (dalla stessa parte) meno l'ottava parte (della stessa sesta parte).

Usando questa costruzione π_S risulta poco più di 3: infatti il lato del quadrato richiesto è uguale a [1]

$$7/8 + 1/(8 \times 29) - 1/(8 \times 29 \times 6) + 1/(8 \times 29 \times 6 \times 8)$$

del diametro del dato cerchio.

3. π presso gli antichi Ebrei.

Gli antichi Ebrei invece si sono occupati della lunghezza della circonferenza, come è detto nella Bibbia (I Re 7,23), a proposito della costruzione dell'altare nel tempio di Salomone:

> " Fece un bacino di metallo fuso di dieci cubiti da un orlo all'altro, rotondo; la sua ampiezza era di cinque cubiti e

una corda di trenta cubiti lo circondava all'intorno. "

Questo passo (che è quasi identico a II Cronache 4,2) indica che il rapporto della circonferenza al diametro è $3 = \pi_B$; esso fu scritto probabilmente intorno al VI secolo a.C. (anche se descrive il tempio costruito nel X secolo a.C.).

Figura 5: Tempio di Salomone.

Gli storici non sono d'accordo, ma sembra non fosse noto che $\pi_A = \pi_B$. D'altra parte non è per nulla intuitivo che il fattore di proporzionalità tra il diametro e la lunghezza della circonferenza debba essere uguale a quello tra il quadrato del raggio e l'area del cerchio.

4. π presso i Babilonesi.

I Babilonesi usavano le formule

$$A = C^2/12 \quad , \quad C = 3\,d \quad ,$$

(dove A è l'area del cerchio e C la lunghezza della circonferenza) da cui seguirebbe che sapessero che $\pi_A = \pi_B$, ma è difficile da provare. Si sono trovate stime migliori di π .

Infatti nel 1936 negli scavi della città di Susa è stata trovata una tavoletta babilonese nella quale si vede un esagono inscritto in una circonferenza. Lo scriba dice che il rapporto tra il perimetro dell'esagono ($3\,d$) e quello della circonferenza è

$$57/60 + 36/(60)^2 \quad ,$$

con la scrittura sessagesimale usata dai Babilonesi.

Nella nostra notazione si ha

$$\pi = 3 + 1/8 = 3.125 \quad .$$

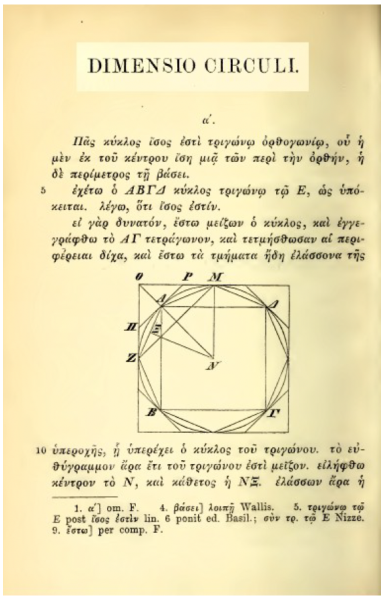
Figura 6: Tavoletta di Susa.

5. π presso i Greci: Archimede.

Il primo pensatore greco che tentò di trovare un rapporto costante fra un cerchio e un quadrato fu Anassagora di Clazomene (500 - 428 a.C.), mentre Ippocrate di Chio (470 circa - 410 a. C. circa) enunciò che

> "I cerchi stanno tra loro come i quadrati dei diametri".

Come è noto, il problema di calcolare il valore di π è stato risolto dal siracusano Archimede (287-212 a.C.) che usò nei suoi calcoli i metodi di esaustione che Antifonte (sofista ateniese della metà del V sec. a. C.) e Brisone (matematico di Eraclea Pontico, 450 a. C. - 350 a. C. circa) avevano usato nell'intento di calcolare l'area del cerchio.



DIMENSIO CIRCULI.

α′.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ κάθετος ἡ ΝΞ. ἐλάσσων ἄρα ἡ

1. α′] om. F. 4. βάσει] λοιπῇ Wallis. 5. τριγώνῳ τῷ Ε post ἴσος ἐστὶν lin. 6 ponit ed. Basil.; σὺν τρ. τῷ Ε Nizze. 9. ἔστω] per comp. F.

Figura 7: Una pagina da "*Opera omnia*" di Archimede a cura di J. L. Heiberg.

Archimede rese rigoroso il metodo di esaustione e lo applicò alla ricerca della lunghezza della circonferenza; rese pubbliche le sue scoperte nel libro “Misura del cerchio”:

> “La circonferenza di ogni cerchio è tripla del diametro, più una parte minore di un settimo del diametro e maggiore di dieci settantunesimi” (prop.3).

$$(3 + 10/71)\, d < C < (3 + 10/70)\, d$$

Archimede sapeva di poter descrivere solo gli estremi superiore e inferiore del rapporto, ma se si fa una media dei due valori si ottiene 3.1419, con un errore di meno di tre decimillesimi del valore reale.

Abbandoniamo questa parte storica [5] citando una curiosità.

Nel 1887 nello Stato dell'Indiana (USA) fu presentato un progetto di legge (n. 246) da un matematico dilettante, che intendeva brevettare un suo metodo di quadratura del cerchio! In questo progetto indirettamente veniva fissato il valore di π uguale a 4, poiché si affermava che l'area del cerchio è uguale a quella di un quadrato di lato un quarto della circonferenza. Il progetto, già approvato in una prima seduta, non passò al Senato per l'impegno di un altro matematico, che convinse i senatori della insensatezza della legge!

6. Metrica del tassista.

Per chiarezza premettiamo la cosiddetta “metrica del tassista”, una metrica non euclidea [6] facilmente accessibile, anzi divertente, che può catturare l'interesse anche di studenti di scuola secondaria.

In un piano coordinato la distanza tra due punti $P_1 = (x_1, x_2)$ e $P_2 = (y_1, y_2)$ è definita da:

$$d_T(P_1, P_2) = |y_1 - x_1| + |y_2 - x_2| \quad .$$

[5] Per altre notizie storiche si consiglia di consultare l'interessante articolo di Renzo Baldoni, *Il pi greco; storia e curiosità di un numero affascinante* (`www.mateureka.it`, sito dedicato al “Museo del Calcolo” a Pennabilli (Rimini), del quale Baldoni è direttore).

[6] Sono soddisfatte tutte le proprietà che definiscono una geometria euclidea tranne l'assioma “lato-angolo-lato”, che recita “Data una biiezione tra gli insiemi dei vertici di due triangoli, se due lati e l'angolo incluso del primo triangolo sono congruenti ai corrispondenti elementi del secondo triangolo, allora la corrispondenza è una congruenza”. Cfr. [8].

Il termine “metrica del tassista” (o “metrica *taxicab*”) deriva dal fatto che questa distanza è proporzionale alla tariffa da pagare ad un tassista per coprire il percorso tra due punti con il minimo chilometraggio, in una città in cui le strade sono tutte tra loro perpendicolari.

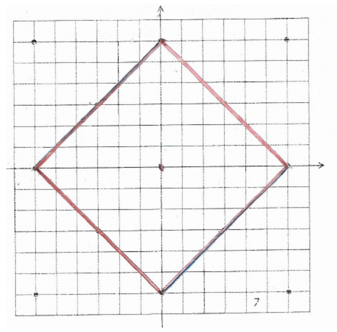


Figura 8: Il cerchio nella metrica del tassista.

Il primo a proporre in modo serio la geometria *taxicab* fu Hermann Minkowski (1866-1909), un matematico che fu insegnante a Zurigo, del giovane Albert Einstein.

Nel piano, con questa metrica, consideriamo per semplicità la circonferenza di centro l'origine O e raggio r, che chiamiamo anche T-circonferenza. Posto $P(x, y)$ si ha $d_T(O, P) = r$, cioè

$$|x| + |y| = r \quad .$$

Il segno rosso della figura 8 descrive la circonferenza nel caso continuo; un tassista dovrà seguire il reticolato.

Il lato del quadrato (nella metrica considerata) ha lunghezza $8r$, quindi la lunghezza di C_r è $8r$.

Ora se c è un numero reale qualsiasi vale

$$|cx| + |cy| = |c|r$$

quindi una T-circonferenza di raggio c_r $(v > 0)$ avrà lunghezza $8cr$ e diametro $2\ c\ r$.

Segue che è costante il loro rapporto che possiamo considerare come π nella metrica del tassista, cioè

$$\pi_T = 8\, cr\ /\ 2\, c\, r = 4.$$

Si vede facilmente che non si può definire come area di un quadrato il quadrato della lunghezza del lato. Si perverrebbe a risultati inaccettabili per la teoria della misura. Nella Figura 9 l'area del quadrato rosso (uguale a 4) avrebbe

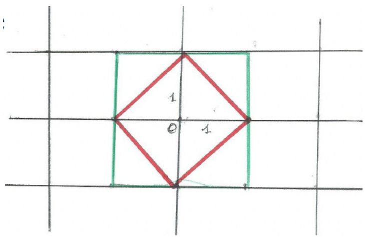


Figura 9: In rosso T-circonferenza di diametro 2. In verde quadrato di lato 2.

la stessa area del quadrato verde, che contiene propriamente quello rosso.

Usando l'usuale metodo per calcolare le aree con l'integrale, ponendo uguale a 2 l'area del quadrato unitario, allora l'area della T-circonferenza di raggio 1 è uguale a 4, mentre il quadrato verde (che ha il lato uguale a 2, come quello rosso) ha area 8, come è intuitivo.

In generale, se C_r indica la T-circonferenza di raggio r, posto $\mathcal{L}(C_r)$ la lunghezza di C_r e $\mathcal{A}(C_r)$ la sua area, si ha

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(C_r) = 8\,r \quad &; \quad \mathcal{A}(C_r) = 4\,r^2, \\ \mathcal{L}(C_r) = 2\pi_T\,r \quad &; \quad \mathcal{A}(C_r) = \pi_T\,r^2 \quad . \end{aligned}$$

7. Spazi ℓ_p

L'esempio prima considerato fa vedere che π ha un differente valore da quello usuale poiché abbiamo scelto una metrica diversa da quella euclidea [9]. Ebbene, procedendo nella generalizzazione, perveniamo agli spazi ℓ_p, dove la distanza tra due punti $x = (x_1, x_2)$ e $y = (y_1, y_2)$ del piano è definita da:

$$\sigma_p(x, y) = [|y_1 - x_1|^p + |y_2 - x_2|^p]^{1/p} \quad . \qquad (1)$$

Le considerazioni che faremo si basano su una generalizzazione del concetto di distanza in matematica, concetto più vicino a quello di distanza del linguaggio comune, dove esso rappresenta essenzialmente una valutazione di una differenza, il cosiddetto"scarto", come sarà precisato in seguito.

Alcune considerazioni non sono elementari e non mi soffermerò sui dettagli procedurali, ritenendo che l'eliminazione dei dettagli in questo caso giovi alla comprensione. Come afferma il matematico H. Freudenthal [10], noto anche per la sua indiscussa capacità divulgativa:

"Il turista matematico può essere guidato alle vette e agli abissi senza che ciò debba trasformarlo in un rocciatore o speleologo."

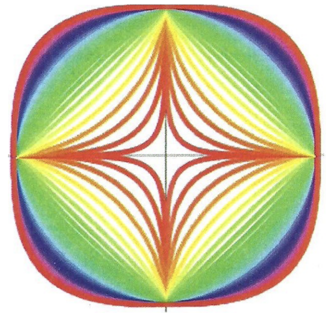


Figura 10: T-ciconferenze al variare di p.

Si prova facilmente che la definizione di Eq. (1) è una distanza (secondo Frechet [7]) per $1 \leq p < +\infty$ e una quasi-distanza (la diseguaglianza triangolare è modificata [8]) per $0 < p < 1$.

Si tratta ora di trovare la lunghezza di queste circonferenze.

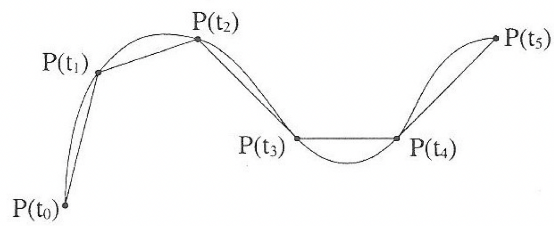


Figura 11: Poligonale iscritta in una curva.

Ricordiamo come si trova la lunghezza di una curva (in spazi metrici generalizzati) [11]. Sia C la curva parametrizzata da $P(t)$ con $a \leq t \leq b$. Per individuare una "poligonale" (detta anche "spezzata") si fissa un numero finito di valori crescenti del parametro t:

$$a = t_0, t_1, \ldots, t_n = b \quad ,$$

cioè si sceglie una decomposizione dell'intervallo $[a, b]$. I corrispondenti punti $P_i = P(t_i)$ della curva saranno i vertici della poligonale inscritta nella curva, formata dai tratti rettilinei $P_i\,P_{i+1}$ (si veda la Figura 11).

[7] Cioè la funzione $\sigma_p : R^2 \times R^2 \to R$ verifica le seguenti condizioni 1) $\sigma_p(x, y) = 0$ se e solo se $x = y$; 2) $\sigma_p(x, y) = \sigma_p(y, x)$; 3) $\sigma_p(x, z) \leq \sigma_p(x, y) + \sigma_p(y, z)$.

[8] La condizione 3) è così modificata 3′) $\sigma_p(x, z) \leq c(\sigma_p(x, y) + \sigma_p(y, z))$ con $c \geq 1$.

La lunghezza del segmento $P_i P_{i+1}$ sarà $\sigma_p(P_i, P_{i+1})$ e quindi la lunghezza della poligonale sarà:

$$\sigma_p(P_0, P_1) + \sigma_p(P_1, P_2) + \ldots + \sigma_p(P_{n-1}, P_n) \quad .$$

Per definizione, la lunghezza della curva C, $\mathcal{L}(C)$, sarà l'estremo superiore di tutte le poligonali che si ottengono al variare di tutte le possibili decomposizioni dell'intervallo $[a, b]$.

Poiché per $1 \leq p < \infty$, σ_p è una metrica si procede nel modo usuale, a parte la difficoltà del calcolo. Invece per $0 < p < 1$, σ_p non è una metrica, ma una quasi-metrica, per cui bisogna fare delle modifiche e delle precisazioni, come indicato in [11].

Si osservi che la definizione di lunghezza di una poligoniale, e quindi di una curva, ha senso anche se σ_p verifica solo la proprietà di non degenerazione, cioè $\sigma_p(P, Q) = 0$ se e solo se $P = Q$. Questa funzione è chiamata "scarto". Sebbene essa esprima solo una differenza, non necessariamente simmetrica, come per esempio è una valutazione soggettiva, permette di fare interessanti considerazioni. È possibile infatti dare una nozione di convergenza e definire diverse topologie [12].

Posto $C_r = r\, C_1$, si vede che $\mathcal{L}(C_r) = r\, \mathcal{L}(C_1)$, quindi è costante

$$\mathcal{L}(C_r)/2r = \mathcal{L}(C_1)/2 = \pi_p \quad .$$

Nel 2000, C. Adler e J. Taton hanno provato che per $1 \leq p < +\infty$, la funzione π_p (al variare di p) ha il minimo per $p = 2$, cioè nel caso euclideo [13]. Inoltre, $\pi \leq \pi_p \leq 4$ per $1 \leq p < +\infty$.

In un lavoro del 2002, G. De Cecco e G. Palmieri mostrano che anche per $0 < p < 1$ il minimo di π_p è dato da $\pi = \pi_2$ (si veda [11]). Il grafico della funzione π_p per ogni $p > 0$ è presentato in Fig 12. Come si vede, nella fascia $\pi \leq \pi_p \leq 4$ una retta parallela all'asse x incontra il grafico in due punti. Ebbene, nel 2009 J. Keller e R. Vakil [14] hanno provato che $\pi_p = \pi_q$ se, e solo se, $1/p + 1/q = 1$, cioè quando gli indici p e q sono coniugati .

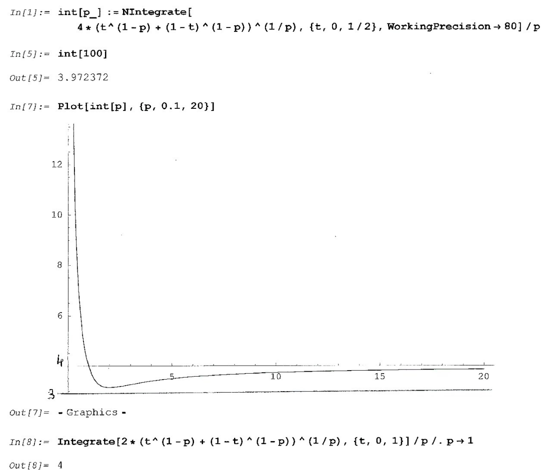


Figura 12: π_p per $p > 0$.

8. Circonferenze sulla sfera.

Finora abbiamo considerato come sostegno il piano con metriche diverse; ora considereremo come sostegno una sfera con la metrica standard euclidea. Allora sulla sfera un segmento di lunghezza r sarà un arco sotteso da un angolo al centro α, la circonferenza di raggio r, C_r , sarà un parallelo e il disco una calotta.

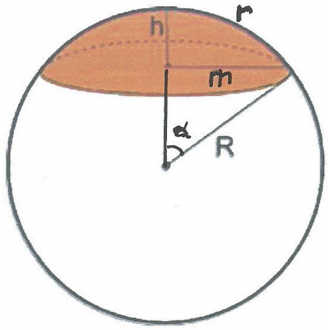


Figura 13: Il cerchio sulla sfera.

R = raggio della sfera
r = raggio di $C_r = R\alpha$
m = raggio in R^3 di $C_r = R \sin \alpha$
$\mathcal{L}(C_r) = 2\pi m = 2\pi R \sin \alpha$.

Quindi sulla sfera per $\alpha \neq 0$

$$\pi_S = (2\pi R \sin \alpha)/(2\, R\, \alpha) = \pi(\sin \alpha)/\alpha \quad ,$$

non è costante, ma varia con α. Se α è piccolo, $(\sin \alpha)/\alpha \simeq 1$ e $\pi_S = \pi$. Se consideriamo un cerchio massimo , quindi $\alpha = \pi/2$, si ha $\pi_S = 2$, che è il valore minimo per le circonferenze sulla sfera. Si conclude che $\mathcal{L}(C_r) = 2\pi_S\, r$.

Il disco sulla sfera è una calotta; quindi, se

$\alpha \neq 0$, l'area della calotta è

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(C_r) &= 2\pi\, R\, h = 2\pi\, R^2(1-\cos\alpha)\\ &= 2\pi(1-\cos\alpha)r^2/\alpha^2 \quad ,\end{aligned}$$

e ponendo

$$\pi'_S = 2\pi(1-\cos\alpha)/\alpha^2$$

si conclude

$$\mathcal{A}(C_r) = \pi'_S r^2 \ ; \ \pi'_S \neq \pi_S \quad .$$

Se $\alpha = \pi/2$, allora $\pi'_S = 8/\pi$ e $\mathcal{A}(C_r) = 2\pi R^2$, infatti si tratta di una semisfera!

Se consideriamo la latitudine di Lecce, che è $40.349°$, allora $\sin\alpha = 0.762$, quindi $(\sin\alpha)/\alpha = 0.879$ e il pi corrispondente è $\pi_L = 2.76$.

Alcuni autori hanno osservato che per noi umani è intuitiva la geometria euclidea, poiché con i nostri occhi e con semplici strumenti possiamo osservare solo una piccola porzione della Terra, che risulta sostanzialmente piatta. Se fossimo come uccelli, potendo osservare la Terra globalmente, probabilmente sarebbe intuitiva la geometria ellittica (quella della sfera) . Quindi anche l'ambiente influisce su ciò che va considerato intuitivo.

Ringraziamo Stefano Marchiafava per i suoi suggerimenti e Rocco Chirivì per la significativa locandina, nella quale è messa in evidenza che tra le infinite cifre di π si trova la data della conferenza. Questa proprietà rientra nella congettura (non dimostrata) che π sia un numero "normale", concetto introdotto da É. Borel nel 1909.

APPENDICE
La costruzione degli altari all'origine della geometria

Principale obiettivo di questo breve scritto è quello di condividere motivazioni e spunti sulle origini della matematica, nella consapevolezza che andare alle radici consente agli studenti di cogliere tratti di un lungo percorso, inserito nell'evolversi storico dell'umanità, favorisce l'emergere di riflessioni e approfondimenti sulle motivazioni che hanno orientato ricerca, scoperte, metodi,

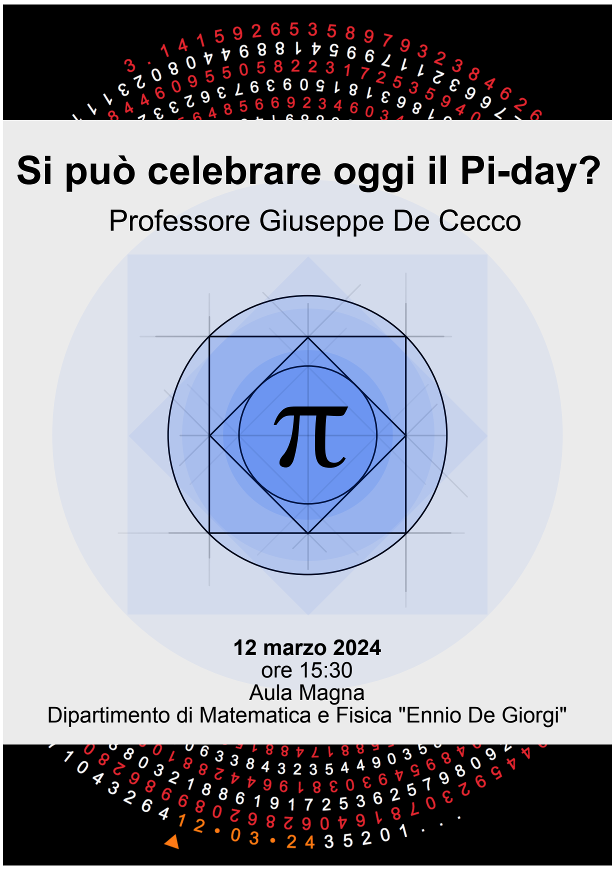


Figura 14: Locandina del seminario. La freccia mostra la data del seminario.

permette di cogliere quanto si è impastati di risultati matematici. Mettendo in luce inaspettate connessioni, si suscitano nuove, inedite aperture e curiosità, si alimenta la creatività per nuovi campi di interesse e di applicazione.

Sull'origine della geometria

Erodoto (484-408 a. C.) sosteneva che la geometria avesse avuto origine in Egitto, per rispondere alla necessità di misurare le terre dopo le periodiche inondazioni del Nilo.

Aristotele (384-322 a. C.) era dell'opinione che fosse stata l'esistenza in Egitto di una classe agiata di sacerdoti a stimolare lo studio della geometria.

Quindi, la geometria nasce da un bisogno pratico di costruire edifici e di misurare terre, oppure da un senso estetico per il disegno e l'ordine? [15]

La matematica, ci ricorda il matematico Mariano Giaquinta [16], come disciplina organizzata, indipendente e razionale, cioè come scienza, si sviluppò nel mondo ellenico: i due aspetti, matematica empirica e razionale, sono stati presenti per tutto il periodo dello sviluppo della matematica greca e spesso sono le giuste domande a promuovere lo sviluppo più che i metodi. Sicuramente uno dei problemi fondamentali fin dall'inizio della matematica greca fu quello di misurare le figure geometriche.

Lo storico e matematico Abramo Seidenberg (Washington 1916 - Milano1988) sostiene che la geometria, come il contare, abbia avuto origine in pratiche rituali primitive e tanto la geometria indiana quanto quella egiziana possano aver avuto un'unica origine: una protogeometria collegata con riti primitivi [1]. Come argomento a sostegno della sua tesi utilizza i contenuti degli *Śulvasūtras*, o"regole della corda", opera indiana di cui esistono diverse versioni, di epoca incerta, (VIII - II sec. a.C) contenente regole e risultati geometrici per costruire gli altari per i sacrifici alle divinità. *Sulva* (o *sulba*) si riferisce alla corda usata come principale strumento di misura degli spazi interessati alla costruzione, e *sūtra* indica una regola per l'esecuzione esatta e rigorosa di un rito.

L'uso di corde tese ricorda in modo singolare le origini della geometria egiziana, e la connessione di tali pratiche con funzioni religiose fa pensare a una possibile origine rituale della matematica [15].

Le ricerche più recenti sugli *Śulvasūtra* e il confronto con la matematica di altre culture hanno, secondo il matematico Paolo Zellini, rimesso in discussione il problema delle origini del pensiero matematico [6].

Nel libro *Mathematics and Divine: a Historical Study* [17], gli autori, Theun Koetsier e Luc Bergmans, sostengono che la storia dell'umanità è una storia di lotta permanente per la sopravvivenza. Gli esseri umani sopravvivono attraverso sistemi cognitivi, che differiscono da quelli animali in quanto gli esseri umani hanno la capacità di pensiero simbolico e linguaggio simbolico. Il pensiero simbolico rende possibile l'astrazione: con grande precisione gli esseri umani possono descrivere situazioni e relazioni che non hanno effettivamente osservato o sperimentato.

I moderni sistemi cognitivi scientifici si sono evoluti da quelli prescientifici, posseduti dai Paleolitici, attraverso un lungo processo di tentativi ed errori.

Gli uomini hanno cercato di dare risposte alle perenni domande esistenziali attraverso la religione. Nel XIX secolo Edward B. Tylor (1832-1917), considerato uno dei padri dell'antropologia moderna, ha osservato che la religione iniziò come animismo e si sviluppò attraverso il politeismo fino al monoteismo. E infatti lo sviluppo dei nostri sistemi cognitivi mostra una crescente sofisticazione in tutti i settori, compresa la religione.

Ebbene, anche la conoscenza matematica, nel senso più ampio del termine, è sempre stata parte centrale dei sistemi cognitivi umani.

Troviamo il ruolo della geometria in un antico rituale vedico, chiamato *Agnicayana*, rituale che ha almeno 2500 anni. Nella religione vedica, il fuoco, chiamato *agni*, era adorato e c'era il culto di una pianta chiamata *soma*, probabilmente un allucinogeno. A questi due erano dedicati i maggiori rituali vedici: *Agni* e *Soma*. Abbiamo un'idea molto chiara di come fossero questi rituali, perché nel 1955 Frits Staal si rese conto del fatto che questa tradizione vedica era ancora viva nel Kerala, nel sud-ovest dell'India, e nel 1975 documenta *Agnicayana*, rituale complesso, frutto di un lungo sviluppo; ci vogliono dodici giorni di elaborati spettacoli accompagnati da recitazioni e la cerimonia deve essere eseguita scrupolosamente seguendo rigide regole. Agni è un dio e un divino messaggero, che riceve le offerte durante il rito. Il rituale è un modo per entrare in contatto con il divino [17].

Sulla questione della costruzione degli altari

La tradizione vedica, antica più di tremila anni, ci ha trasmesso conoscenze matematiche finalizzate all'edificazione di altari di diverse forme e dimensioni. Per comprendere la funzione dell'altare Seidenberg si riferisce all'antropologo Arthur M. Hocart (1883-1939), che nel 1927 nel suo libro "*Kingship*" [18] sostenne che l'idea base del sacrificio indiano fosse quella di rendere un oggetto uguale ad un altare e quindi, attraverso la ripetizione dell'azione rituale rendere tale anche un altro oggetto; in tal modo due cose diverse (distinte dall'altare) sono rese uguali tra loro.

È esemplare la precisione con cui gli indiani costruiscono gli altari, con il disegno di forme

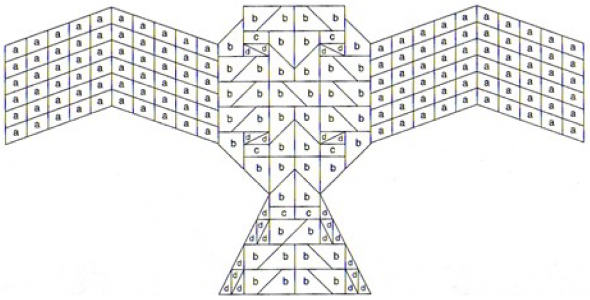


Figura 15: Altare a forma di falco.

perfette, l'estrema cura nel cercare e mantenere proporzioni esatte fra gli elementi delle figure. Per esempio, da una forma quadrata, ne costruiscono una esattamente doppia o esattamente tripla. Uno degli elementi centrali del rituale Agnicayana è la costruzione di un altare costituito da cinque strati di mattoni.

L'altare ha la forma di un uccello (falco) ed è costruito nel corso del rituale in un modo precisamente prescritto da mattoni che hanno forme prescritte. La prima classificazione degli altari di Agni si trova in un testo, ritenuto più antico degli *Śulvasūtra*, e che è uno dei corpi principali della ritualità vedica: Il *Taittirīya Samhitā*, dove sono enumerate le possibili forme degli altari; ad ogni desiderio corrispondeva una forma dell'altare: di airone, di cerchio, di quadrato, di semicerchio, di ruota di carro, di mangiatoia .

Secondo diverse fonti, il corpo dell'altare aveva dimensioni variabili: si poteva ingrandire, sia nel suo complesso sia nelle singole parti, con regole e criteri ispirati alla scienza geometrica e numerica. Si iniziava dall'altare più piccolo, la cui superficie aveva un'area di 7.50 *purusa* quadrati (il *purusa* era un'unità di lunghezza, corrispondente all'altezza di un uomo con le braccia alzate), e si operavano successivi incrementi di un *purusa* quadrato, fino a raggiungere il centounesimo altare, cioè l'altare di superficie uguale a 101.50 *purusa* quadrati (gli altari avevano quindi aree uguali a 7½, 8½, 9½, ...101½, ed erano in tutto 94).

Punto centrale della geometria degli altari è come ingrandire un quadrato, duplicarlo o triplicarlo, quadrare il cerchio e cerchiare il quadrato per rendere equivalenti gli altari. Ciò che più importa è che subito dopo questi esempi si passa, negli *Śulvasūtra* di *Āpastamba*, a definire la natura stessa dell'ingrandimento ([6], pp. 71-75).

Nella connessione tra un quadrato e il quadrato più grande ottenuto con la costruzione è consistita probabilmente, sostiene Zellini, la prima schematizzazione dell'idea matematica di variazione funzionale.

Un tema centrale degli *Śulvasūtra* e dei passi dello *Śatapatha Brāhmana* che trattano di misure di altari, è l'invarianza nel mutamento. Rimane invariata la forma degli altari soggetti a successivi ingrandimenti e in altri casi c'è l'invarianza dell'area di figure che cambiano forma.

Come si può vedere, la geometria va oltre le semplici regole pratiche. Infatti argomenti emergenti dalla geometria degli altari riguardano la costruzione di figure geometriche, la valutazione dell'area di figure, il teorema di Pitagora, il calcolo della diagonale di un quadrato, la somma e la differenza di due quadrati, la trasformazione di figure geometriche, il rapporto π. Ecco, per esempio, cosa troviamo in uno dei libri in cui sono raccolte le norme per la costruzione degli altari [19]:

> "Per sommare due differenti quadrati, togli dal più grande una porzione rettangolare con un lato del più piccolo. La diagonale di questa parte sarà il lato della somma."

Inoltre, le procedure rituali, le routine sociali e l'organizzazione dello spazio e del tempo sono all'origine degli algoritmi.

Conclusione.

Il carattere rituale della matematica vedica e l'origine rituale della matematica suscitano uno sguardo allargato verso nuovi approfondimenti sulla matematica come linguaggio per esprimere la perfezione. La costruzione geometrica degli altari è vista come simbolo di perfezione e di tramite tra l'uomo e Dio [19]. In particolare, nella liturgia cristiana: gesto del mistero dentro il presente [20], mistero di presenza, opera dell'arte [21]. E testimoni di queste idee sono stati i matematici in tutta la storia della Matematica, dalla cultura vedica passando per Pitagora fino ai nostri giorni [22].

[1] A. Seidenberg: *The Ritual Origin of Geometry,* Archive for History of Exact Sciences, vol. 1, Springer (Berlino). 1960-62 p. 488.

[2] A. Seidenberg: *The Ritual Origin of Counting,* Archive for History of Exact Sciences, vol. 2, Springer (Berlino). 1960-62 p. 488.

[3] B.L. Van der Waerden: *Science Awakening,* P. Noordhoff, Groningen (1954).

[4] L. Raglan: *How came civilization,* Meuthen, Londra (1939).

[5] L. Raglan: *The origin of religion,* Watts, Londra (1949).

[6] P. Zellini: *Gnomon,* Adelphi, Milano (1999).

[7] S. Weil, A. Weil: *L'arte della matematica,* Adelphi, Milano (2018).

[8] E. F. Krause: *Taxicab Geometry, An Adventure in Non-Euclidean Geometry,* Dover, Mineola, NY (USA) (1975).

[9] R. Euler, J. Sadek: *The πs Go Full Circle,* Math. Magazine, 72 (1999) 59.

[10] H. Freundental: *La matematica nella scienza e nella vita,* Il saggiatore, Milano (1967).

[11] G. De Cecco, G. Palmieri: *Length of a curve in generalized metric spaces,* Geometry Seminars 2001-2004, Dip. Mat. Univ. Bologna (2004) 35.

[12] G. De Cecco, G. Palmieri: *Asymptotically equal generalized distances: induced topologies and p-energy of a curve,* Beiträge zur Algebra und Geometrie, 42 (2001) 325.

[13] C. L. Adler, J. Taton: *π is the Minimum Value for Pi,* College Math. J., 31 (2000) 102.

[14] J. B. Keller, R. Yakil: *π_p the Value of π in ℓ_p,* The Am. Math. Monthly, 116 (2009) 931.

[15] C. Boyer: *Storia della Matematica,* Mondadori, Milano (1980).

[16] M. Giaquinta: *Aspetti della Matematica prima del Calcolo.* https://homepage.sns.it/giaquinta/uno-Aspetti.pdf

[17] T. Koetsier, L. Bergmans: *Mathematics and Divine: a Historical Study,* Elsevier, Amsterdam (2005).

[18] A. M. Hocart: *Kingship,* Oxford Univ. Press, Oxford UK (1927).

[19] E. Rogora: *Matematica e insegnamento interdisciplinare*, Seminario, Roma 25 Gennaio 2022. https://www.liceomatematico.it/wp-content/uploads/2022/02/Rogora2022Testo.pdf

[20] R. Gabriel: *Creare un altare: il gesto del mistero dentro il presente Avvenire*, 31 luglio 2019. https://www.avvenire.it/agora/pagine/altare-chiesa-arte-e-sacro-raul-gabriel-seconda-parte

[21] AA.VV.: *L'Altare (a cura di Goffredo Boselli),* Qiqajon, Comunità di Bose (2005).

[22] M. L. Rosato: *Matematici e Divino nel XX secolo: La prospettiva di Ennio De Giorgi* tesi di Dottorato di ricerca in "Storia della Scienza", Università di Bari, 2005.

Giuseppe De Cecco: è stato professore ordinario di Geometria nell'Università del Salento, dove ha insegnato per circa quaranta anni. Ha tenuto numerosi corsi di tipo diverso, privilegiando sempre l'aspetto interdisciplinare, anzi transdisciplinare. Le sue ricerche sono in Geometria differenziale, Topologia algebrica ed Analisi globale, in particolare sulle varietà riemanniane con singolarità.

Maria Letizia Rosato: è docente di matematica nelle Scuole Superiori. Laureata in Matematica presso l'Università di Lecce, ha conseguito il Dottorato di Ricerca in Storia della Scienza presso l'Università di Bari, occupandosi dell'approccio nei confronti del divino di alcuni matematici del Novecento, in particolare di Ennio De Giorgi.

Numero XXIII Anno 2024

Ithaca

Viaggio nella Scienza

Comunicare la scienza, parte B